Про деревья, кубики, шахматы и весы

Пример 1. Команда космического корабля должна состоять из трех человек: командира, бортинженера и космонавта-исследователя. Есть три кандидата на должность командира: А, Б, В, два — на место бортинженера: Г и Д, и четыре — на место космонавта-исследователя: Е, Ж, З, И. При длительном полете важно, чтобы все члены экипажа были психологически совместимы друг с другом. Известно, что А несовместим с Е, Б — с Д, Ж и З, В — с Г, Г — с И, Д — с З.
а) Сколькими способами можно составить неконфликтный экипаж?
б) Каков был бы ответ, если бы все кандидаты были психологически совместимы друг с другом?

Пример 2. а) От ствола дерева отходят 2 большие ветви, от каждой из них — по 3 ветки поменьше, а от каждой из них — еще по 5 маленьких веточек. Сколько всего маленьких веточек?
б) От ствола дерева отходят 2 большие ветви, от одной из них — 3 маленькие веточки, а от другой — 5 веточек. Сколько всего маленьких веточек?

1. а) В Стране Чудес есть три города: A, B и C. Из города A в город B ведет **6** дорог, а из города B в город C — **4** дороги. Сколькими способами можно проехать от A до C?
   б) В Стране Чудес построили еще один город D и пять новых дорог: **2** из A в D и **3** из D в C. Сколькими способами можно теперь добраться из города A в город C?
2. У Марины есть красный, желтый, синий и зеленый кубики.
   а) Сколькими способами она может построить четырехэтажную башню?
   б) Сколькими способами может Марина построить хоть какую-нибудь башню? (один кубик Марина тоже считает башней — одноэтажной)
3. А у Саши кубики только черные и белые. Зато очень много! Сколькими способами Саша может построить четырехэтажную башню?
4. У Дани есть много красных, желтых, синих и зеленых кубиков. Он строит из них четырехэтажные башни. Даня считает башню некрасивой, если в ней есть два соседних кубика одного цвета.
   а) Сколько всего различных четырехэтажных башен может построить Даня?
   б) Сколько из них красивых?
   в) А сколько некрасивых?
5. Сколькими способами можно поставить **8** ладей на шахматную доску так, чтобы они не угрожали друг другу? Можно ли так поставить **9** ладей? Почему?
6. Сколькими способами можно расставить черную и белую ладьи на шахматной доске так, чтобы они не угрожали друг другу?
7. Сколькими способами можно расставить две ладьи на шахматной доске так, чтобы они не угрожали друг другу?
8. Сколькими способами можно расставить черного и белого короля на шахматной доске так, чтобы они не угрожали друг другу?
9. Сколькими способами можно расставить двух королей на шахматной доске так, чтобы они не угрожали друг другу?
10. Имеются 4 гири с массами **1 г**, **10 г**, **100 г**, **1 кг** и двухчашечные весы без стрелки. Сколько различных по весу грузов можно взвесить, если
    а) гири можно класть только на одну чашку весов;
    б) гири можно класть на обе чашки весов?
11. Какого наименьшего количества гирь достаточно, чтобы с их помощью можно было взвесить груз, весящий любое целое число граммов от **1** до **100**? Рассмотрите два случая:
    а) гири можно класть только на одну чашку весов;
    б) гири можно класть на обе чашки весов?

Сверхзадача №7. На шахматной доске $\mathbf{8 \times 8}$ расставлено наибольшее возможное число слонов так, что никакие два слона не угрожают друг другу. Докажите, что число всех таких расстановок есть точный квадрат.