

За неделю до контрольной

1. На доске написаны числа $1, 2, \dots, 101$. Разрешается стереть любые два числа и написать их разность. Повторив эту операцию 100 раз, мы получим одно число. Докажите, что это число не может быть равно 0.
 2. Докажите, что среди 51 целого числа найдутся два, квадраты которых дают одинаковые остатки при делении на 100.
-
3. Каждый из 102 кроликов имеет не менее 68 знакомых. Докажите, что найдутся четверо, имеющие одинаковое число знакомых.
 4. В каждой клетке квадратной таблицы 25×25 стоит одно из чисел $1, 2, \dots, 25$ таким образом, что в каждой строчке и в каждом столбце все числа различны. Оказалось, что в клетках, симметричных относительно главной диагонали, записаны равные числа. Докажите, что все числа, стоящие на главной диагонали попарно различны.
 5. Найдется ли такое натуральное n , что $n^2 + n + 1$ делится на 1955?
 6. На диагонали AC параллелограмма $ABCD$ взяты точки P и Q так, что $AP = CQ$. Точка M такова, что $PM \parallel AD$ и $QM \parallel AB$. Докажите, что точка M лежит на диагонали BD .
 7. Дан связный граф на 100 вершинах, в котором 199 ребер. Докажите, что из него можно выкинуть ребра некоторого цикла так, чтобы он остался связным.