

Параллелограмм-2Признаки параллелограмма.

1. Если у четырехугольника есть центр симметрии, то это параллелограмм.
 2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то это параллелограмм.
 3. Если в четырехугольнике противоположные углы попарно равны, то это параллелограмм.
 4. Если в четырехугольнике две противоположных стороны равны и параллельны, то это параллелограмм.
 5. Если диагонали четырехугольника пересекаются и делятся точкой пересечения пополам, то это параллелограмм.
78. Биссектрисы углов А и D параллелограмма ABCD делят сторону BC на три равные части. Найдите его периметр, если $AB=4$.
 79. Дан выпуклый четырехугольник ABCD, O – точка пересечения его диагоналей. Обязательно ли он является параллелограммом, если
 - а) Стороны AB и CD равны, а стороны BC и AD - параллельны;
 - б) $AO = OC$, а стороны AB и CD параллельны;
 - в) $AB = CD$ и $OB = OD$?
 80. Точки K, L, M, N – середины сторон соответственно AB, BC, CD и AD параллелограмма ABCD. Докажите, что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL, BM, CN и DK – параллелограмм.
 81. Докажите, что а) если две пары противоположных сторон шестиугольника попарно равны и параллельны, то и третья тоже; б) его диагонали пересекаются в одной точке и делятся точкой пересечения пополам.
 82. а) Биссектрисы четырех углов параллелограмма образуют в пересечении четырехугольник. Определите его вид и найдите длину диагонали, если длины сторон параллелограмма равны a и b . б) Решите аналогичную задачу для биссектрис внешних углов параллелограмма.

Домашнее задание.

83. Внутри треугольника ABC взята точка M и построены параллелограммы AMB_1 , $VMCM_2$ и $CMAM_3$. Докажите, что прямые AM_2 , BM_3 и CM_1 пересекаются в одной точке.
84. Прямая имеет с параллелограммом ABCD единственную общую точку В. Вершины А и С удалены от этой прямой на расстояние a и b соответственно. На какое расстояние удалена от этой прямой вершина D?
85. В равнобедренном треугольнике ABC $\angle ABC = 120^\circ$. На стороне AC выбрана точка E так, что $AE : EC = 1 : 2$. Найдите $\angle EBC$.
86. На прямой последовательно отложили точки А, В, С, D так, что $AB = CD$. Из точек А и В провели пару параллельных лучей, из точек С и D – другую пару параллельных лучей в ту же полуплоскость. В пересечении получился четырехугольник. Докажите, что он является параллелограммом, одна из диагоналей которого равна АВ.
87. На сторонах AD и BC параллелограмма ABCD взяты такие точки K и M, что $AK:KD=CM:MB$. Докажите, что центр параллелограмма ABCD является серединой отрезка МК.

Параллелограмм-2Признаки параллелограмма.

1. Если у четырехугольника есть центр симметрии, то это параллелограмм.
 2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то это параллелограмм.
 3. Если в четырехугольнике противоположные углы попарно равны, то это параллелограмм.
 4. Если в четырехугольнике две противоположных стороны равны и параллельны, то это параллелограмм.
 5. Если диагонали четырехугольника пересекаются и делятся точкой пересечения пополам, то это параллелограмм.
78. Биссектрисы углов А и D параллелограмма ABCD делят сторону BC на три равные части. Найдите его периметр, если $AB=4$.
 79. Дан выпуклый четырехугольник ABCD, O – точка пересечения его диагоналей. Обязательно ли он является параллелограммом, если
 - а) Стороны AB и CD равны, а стороны BC и AD - параллельны;
 - б) $AO = OC$, а стороны AB и CD параллельны;
 - в) $AB = CD$ и $OB = OD$?
 80. Точки K, L, M, N – середины сторон соответственно AB, BC, CD и AD параллелограмма ABCD. Докажите, что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL, BM, CN и DK – параллелограмм.
 81. Докажите, что а) если две пары противоположных сторон шестиугольника попарно равны и параллельны, то и третья тоже; б) его диагонали пересекаются в одной точке и делятся точкой пересечения пополам.
 82. а) Биссектрисы четырех углов параллелограмма образуют в пересечении четырехугольник. Определите его вид и найдите длину диагонали, если длины сторон параллелограмма равны a и b . б) Решите аналогичную задачу для биссектрис внешних углов параллелограмма.

Домашнее задание.

83. Внутри треугольника ABC взята точка M и построены параллелограммы AMB_1 , $VMCM_2$ и $CMAM_3$. Докажите, что прямые AM_2 , BM_3 и CM_1 пересекаются в одной точке.
84. Прямая имеет с параллелограммом ABCD единственную общую точку В. Вершины А и С удалены от этой прямой на расстояние a и b соответственно. На какое расстояние удалена от этой прямой вершина D?
85. В равнобедренном треугольнике ABC $\angle ABC = 120^\circ$. На стороне AC выбрана точка E так, что $AE : EC = 1 : 2$. Найдите $\angle EBC$.
86. На прямой последовательно отложили точки А, В, С, D так, что $AB = CD$. Из точек А и В провели пару параллельных лучей, из точек С и D – другую пару параллельных лучей в ту же полуплоскость. В пересечении получился четырехугольник. Докажите, что он является параллелограммом, одна из диагоналей которого равна АВ.
87. На сторонах AD и BC параллелограмма ABCD взяты такие точки K и M, что $AK:KD=CM:MB$. Докажите, что центр параллелограмма ABCD является серединой отрезка МК.