

Гимназия 1543, математический спецкурс, 8 В
Занятие 5: делимость целых чисел

Определение. Пусть a, b — целые числа. Говорят, что b делится на a (или a делит b), если для некоторого целого x верно равенство $ax = b$. В этом случае a называется делителем числа b . Обозначение: $a \mid b$.

- 1) Докажите, что если $a \neq 0$, то $a \mid b$ тогда и только тогда, когда отношение b/a — целое число.
- 2) Докажите, что для любых целых a, x, y выполнено
 - а) из $a \mid y$ следует $a \mid xy$; б) из $a \mid x$ и $a \mid y$ следует $a \mid (x + y)$.
- 3) Докажите, что для любых целых a, b, c выполнено
 - а) если $a \neq 0$, то $x \mid y$ равносильно $ax \mid ay$; б) из $a \mid b$ и $b \mid c$ следует $a \mid c$.
- 4) Докажите или опровергните следующие утверждения:
 - а) 0 делится на 0;
 - б) $2 \mid (n^2 - n)$ для любого целого n ;
 - в) $3 \mid (n^3 - n)$ для любого целого n ;
 - г) $4 \mid (n^4 - n)$ для любого целого n ;
 - д) если $a \mid bc$, то $a \mid b$ или $a \mid c$;
 - е) если $a \mid b$, то $|a| \leq |b|$;
 - ж) если $a \mid b$ и $b \mid a$, то $|b| = |a|$.

Гимназия 1543, математический спецкурс, 8 В
Занятие 5: делимость целых чисел

Определение. Пусть a, b — целые числа. Говорят, что b делится на a (или a делит b), если для некоторого целого x верно равенство $ax = b$. В этом случае a называется делителем числа b . Обозначение: $a \mid b$.

- 1) Докажите, что если $a \neq 0$, то $a \mid b$ тогда и только тогда, когда отношение b/a — целое число.
- 2) Докажите, что для любых целых a, x, y выполнено
 - а) из $a \mid y$ следует $a \mid xy$; б) из $a \mid x$ и $a \mid y$ следует $a \mid (x + y)$.
- 3) Докажите, что для любых целых a, b, c выполнено
 - а) если $a \neq 0$, то $x \mid y$ равносильно $ax \mid ay$; б) из $a \mid b$ и $b \mid c$ следует $a \mid c$.
- 4) Докажите или опровергните следующие утверждения:
 - а) 0 делится на 0;
 - б) $2 \mid (n^2 - n)$ для любого целого n ;
 - в) $3 \mid (n^3 - n)$ для любого целого n ;
 - г) $4 \mid (n^4 - n)$ для любого целого n ;
 - д) если $a \mid bc$, то $a \mid b$ или $a \mid c$;
 - е) если $a \mid b$, то $|a| \leq |b|$;
 - ж) если $a \mid b$ и $b \mid a$, то $|b| = |a|$.

Гимназия 1543, математический спецкурс, 8 В
Занятие 5: делимость целых чисел

Определение. Пусть a, b — целые числа. Говорят, что b делится на a (или a делит b), если для некоторого целого x верно равенство $ax = b$. В этом случае a называется делителем числа b . Обозначение: $a \mid b$.

- 1) Докажите, что если $a \neq 0$, то $a \mid b$ тогда и только тогда, когда отношение b/a — целое число.
- 2) Докажите, что для любых целых a, x, y выполнено
 - а) из $a \mid y$ следует $a \mid xy$; б) из $a \mid x$ и $a \mid y$ следует $a \mid (x + y)$.
- 3) Докажите, что для любых целых a, b, c выполнено
 - а) если $a \neq 0$, то $x \mid y$ равносильно $ax \mid ay$; б) из $a \mid b$ и $b \mid c$ следует $a \mid c$.
- 4) Докажите или опровергните следующие утверждения:
 - а) 0 делится на 0;
 - б) $2 \mid (n^2 - n)$ для любого целого n ;
 - в) $3 \mid (n^3 - n)$ для любого целого n ;
 - г) $4 \mid (n^4 - n)$ для любого целого n ;
 - д) если $a \mid bc$, то $a \mid b$ или $a \mid c$;
 - е) если $a \mid b$, то $|a| \leq |b|$;
 - ж) если $a \mid b$ и $b \mid a$, то $|b| = |a|$.