

Квадратный корень-1

Определение и простейшие свойства

Определение. Равенство $\sqrt{a} = b$ означает, что $b \geq 0$ и $b^2 = a$.

Свойство 1. $(\sqrt{a})^2 = a$ при $a \geq 0$; Свойство 2. $\sqrt{a^2} = |a|$ при любом a .

- Верно ли равенство: а) $\sqrt{25} = -5$; б) $\sqrt{-25} = -5$; в) $\sqrt{(-3)^2} = -3$?
 - Вычислите:
 - $(\sqrt{7})^2$; в) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$; д) $(-\sqrt{11})^2$; ж) $-(-\sqrt{2})^2$; и) $(\sqrt{(2\sqrt{3})^4})^2$;
 - $(\sqrt{\sqrt{\frac{3}{5}}})^2$; г) $\sqrt{1\frac{1}{4}}$; е) $-(\sqrt{13})^2$; з) $(-\sqrt{3})^6$; к) $\sqrt{4 + \sqrt{25}}$.
 - Сравните числа $2\sqrt{17}$ и $3\sqrt{7}$.
 - Оцените с точностью до целых: а) $\sqrt{43}$; б) $-\sqrt{21 - \sqrt{15}}$.
 - Имеет ли смысл выражение: а) $-\sqrt{15}$; б) $\sqrt{-289}$; в) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$?
 - При каких a имеет смысл выражение: а) $\sqrt{4 - a}$; б) $\sqrt{a^2}$; в) $\sqrt{-a^2 + 2a - 1}$; г) $\sqrt{4 - a^2}$?
 - Вычислите: а) $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$; б) $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$.
 - Упростите выражение: а) $\sqrt{4a^2}$; б) $\sqrt{9a^2b^4}$; в) $\sqrt{121a^{10}b^{12}c^{14}}$.
 - Упростите выражение:
 - $\sqrt{(b - 4)^2}$ при $b < 4$;
 - $\sqrt{(a - 2)^2} + \sqrt{(a - 4)^2}$ при $2 \leq a \leq 4$;
 - $\sqrt{y^2 - 10y + 25} + \sqrt{y^2 - 14y + 49}$ при $y \geq 7$;
 - $\sqrt{(a + 1)^2 - 4a}$;
 - $\sqrt{(a^2 - 4)^2 + 16a^2}$;
 - $\sqrt{10a + 23 + \sqrt{a^4 + 4a^2 + 4}}$.
- Домашнее задание*
- Вычислите:
 - $-(-\sqrt{2 - \sqrt{3}})^2$; в) $\sqrt{1024} + \sqrt{144} - \sqrt{196}$; д) $\sqrt{(11 - \sqrt{125})^2}$.
 - $\sqrt{2\sqrt{64}}$; г) $2\sqrt{0,25} + 3\sqrt{11\frac{1}{9}}$;
 - Оцените с точностью до целых $\sqrt{182 + \sqrt{12}}$.
 - Сравните числа $4\sqrt{5}$ и $6\sqrt{2}$.
 - Упростите выражение: $\sqrt{169a^{14}b^{20}}$.
 - При каких x имеет смысл выражение:
 - $\sqrt{3x - |x + 4|}$; б) $\sqrt{|x - 3| - 5} + \sqrt{x^2 - 64}$?
- ГГЗ 4.20(а,г), 4.21(б,г), 4.22(б,г), 4.23(в,г)

Корень из произведения и дроби

Свойство 3. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ при $a \geq 0, b \geq 0$; Свойство 4. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ при $a \geq 0, b > 0$

15. Вычислите:

а) $\sqrt{1,44 \cdot 0,25 \cdot 49}$; в) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$; д) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$; ж) $\frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}}$;
 б) $\sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4}$; г) $\sqrt{810 \cdot 40}$; е) $\sqrt{7,5} \cdot \sqrt{4,8}$; з) $\sqrt{5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 20 \cdot 27}$.

16. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{8}$; б) $\sqrt{54}$; в) $\sqrt{175}$; г) $\sqrt{12 \cdot 15}$; д) $\sqrt{28 \cdot 56 \cdot 10 \cdot 35}$; е) $\sqrt{\frac{50}{49}}$.

17. Внесите множитель под знак корня:

а) $4\sqrt{5}$; б) $3\sqrt{2a}$; в) $-3\sqrt{7}$.

18. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{a^3}$; б) $\sqrt{a^9b}$; в) $\sqrt{\frac{18a^2b}{c^4}}$; г) $\sqrt{a^{2n}b^{4m}}$; д) $\sqrt{8x^6y}$, если $x < 0$; е) $\sqrt{12x^4y}$, если $x < 0$.

19. Внесите множитель под знак корня и укажите допустимые значения переменных:

а) $a\sqrt{a}$; б) $a\sqrt{a^2}$; в) $(m-3)\sqrt{\frac{1}{m-3}}$; г) $(n-2)\sqrt{\frac{1}{2-n}}$; д) $(a-b)\sqrt{x}$, если $a \geq b$;
 е) $a\sqrt{b}$.

20. Упростите выражение:

а) $\sqrt{a^3 - a^2 - a + 1}$, если $-1 \leq a \leq 1$; б) $\frac{a^2}{2-a}\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{4(1-a)}{a^3}}$, если $a > 2$.

21. Вычислите:

а) $(3\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$; г) $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$; ж) $(4\sqrt{75} + 2\sqrt{12}) : 2\sqrt{3}$;
 б) $(2\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{10} + \sqrt{\frac{125}{2}}) \cdot \sqrt{\frac{5}{2}}$; д) $(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{6})^2$; з) $\sqrt{27} + \sqrt{12} + \sqrt{75}$;
 в) $(3 + \sqrt{21})(\sqrt{3} - \sqrt{7})$; е) $(\sqrt{7} - 2)^3$; и) $\sqrt{14} + \sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{\frac{7}{2}}$.

22. Сравните числа: а) $\sqrt{19}$ и $\sqrt{7} + \sqrt{3}$; б) $\sqrt{7} + \sqrt{10}$ и $\sqrt{3} + \sqrt{19}$; в) $\sqrt{3 + \sqrt{5 + \sqrt{8}}}$ и $1 + \sqrt{2}$.

Домашнее задание

23. Выполните действия:

а) $(\sqrt{15} - \sqrt{3})^2$; г) $(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c})^2 - (\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c})^2$;
 б) $(\sqrt{6} + \sqrt{2} - 1)^2$; д) $(\sqrt{7} + \sqrt{2} - 1)(\sqrt{7} - \sqrt{2} + 1)$;
 в) $(\sqrt{3} + 1)^3 + (\sqrt{3} - 1)^3$; е) $\sqrt{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1}{2}}$.

24. Вычислите: а) $\sqrt{(36,5^2 - 27,5^2) : (\frac{57^3 + 33^3}{90} - 57 \cdot 33)}$; б) $2\sqrt{245} + \frac{1}{6}\sqrt{58^2 - 22^2} - 30\sqrt{1,8}$.

25. Упростите выражение: а) $\sqrt{30a^7 \cdot 45d^3 \cdot 75b^5 \cdot 98a^3}$; б) $\sqrt{\frac{8a^2b^7c^9}{121}}$.

26. Внесите множитель под знак корня и укажите допустимые значения переменных:

а) $a^3\sqrt{-a}$; б) $a\sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}}$; в) $(n-4)\sqrt{\frac{1}{2n-8}}$; г) $(5-n)\sqrt{\frac{1}{n-5}}$; д) $x\sqrt{a}$.

ГГЗ 4.56(г), 4.58(в), 4.59(в), 4.60(б), 4.61(в), 4.64(б), 4.69(а,в), 4.74(б,в), 4.75(г), 4.76(б).

Квадратный корень-2

Сложные радикалы. Сопряженные выражения

27. Упростите выражение, представив подкоренное выражение в виде полного квадрата:

а) $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$; в) $\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}}$; г) $\sqrt{3a - 1 + 2\sqrt{2a^2 - a}}$.

28. Вычислите:

а) $(\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}})^2$; в) $\sqrt{14 + 6\sqrt{5}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$;
 б) $(\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}})^6$; г) $\sqrt{|12\sqrt{3} - 21|} - \sqrt{12\sqrt{3} + 21}$.

29. Докажите формулы сложного радикала: $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$

30. С помощью формул сложного радикала вычислите:

а) $\sqrt{7 + \sqrt{24}}$; б) $\sqrt{17 - 4\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}}$; в) $6 * \sqrt{\sqrt{28 - 16\sqrt{3}}}$.

31. **6*** Вычислите: $(\sqrt{21} - 2)\sqrt{25 + 2\sqrt{84}}$.

32. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$; в) $\frac{\sqrt{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}}$; д) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{7 - \sqrt{2}}}$; ж) $\frac{m\sqrt{n}}{n\sqrt{m}}$;
 б) $\frac{14}{3 + \sqrt{2}}$; г) $\frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}}$; е) $\frac{ab}{\sqrt{a^5b^3}}$; з) $\frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x + 2} - 2}$.

33. Вычислите:

а) $\frac{1}{2 + \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7} + 3} + \frac{3}{1 - \sqrt{7}} - \frac{10}{\sqrt{5}} + \sqrt{5}$; б) $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$.

34. Вычислите:

а) $\frac{1}{\sqrt{3} + 2} + 2 + \sqrt{3}$; б) $\sqrt{6} + \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{11 - 2\sqrt{30}}}$.

35. Сравните числа:

а) $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$ и $\frac{2}{1 - \sqrt{2}}$; б) $\frac{1}{\sqrt{13} - \sqrt{10}}$ и $\frac{1}{\sqrt{14} - \sqrt{11}}$; в) $\sqrt{17} - \sqrt{15}$ и $\sqrt{7} - \sqrt{5}$.

Домашнее задание

36. Вычислите: $(9 - \sqrt{83})\sqrt{18\sqrt{83} + 164}$.

37. Вычислите: а) $\frac{4}{\sqrt{5} - 3} + 3 + \sqrt{5}$; б) $\frac{7}{\sqrt{11} - 2} + \frac{5}{4 + \sqrt{11}}$; в) $\frac{1 - \sqrt{10}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} - (11 - 5\sqrt{5})(2 + \sqrt{5})$.

38. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{6}{\sqrt{18}}$; в) $\frac{a - 2}{\sqrt{4 - a^2}}$; д) $\frac{2}{3 - \sqrt{2x - 1}}$; ж) $\frac{b}{\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}}}$;
 б) $\frac{a}{\sqrt{a^3b}}$; г) $\frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}$; е) $\frac{x}{\sqrt{1 - x} - \sqrt{1 - 2x}}$; з) $\frac{23}{\sqrt{3 + \sqrt{2} - \sqrt{2}}}$.

39. Сравните числа:

а) $\sqrt{1542} + \sqrt{1544}$ и $2\sqrt{1543}$; б) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - 2}$ и $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$.