

Разнобой

Упражнение. Корни уравнения $z^n = 1$ называются *корнями из 1 степени n* . Представьте в тригонометрической форме все корни из n -й степени. Изобразите их на комплексной плоскости.

Задача 71. Докажите, что различных треугольников с целыми сторонами и периметром 2015 больше, чем различных треугольников с целыми сторонами и периметром 2012.

Задача 72. Всем известен такой способ перемешивания колоды из 10 карт: верхние 5 карт снимаются, а затем “скрещиваются” с нижней половиной, то есть в новой колоде верхние карты будут идти под чётными номерами в том же порядке, а нижние — под нечётными номерами также без изменения порядка. Сколько раз нужно проделать такое перемешивание, чтобы порядок карт стал таким же, как изначально?

Задача 73. Докажите, что из любой последовательности точек, лежащих внутри единичного квадрата, можно выбрать сходящуюся подпоследовательность. (Под сходимостью понимается покоординатная сходимость)

Задача 74. Докажите, что $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}$

Задача 75. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точка D — середина основания AC , а E — основание перпендикуляра, опущенного из D на сторону BC . Прямая AE пересекает окружность, описанную около треугольника ABD , в точке $F \neq B$. Докажите, что прямая BF делит отрезок DE пополам.