

Геометрия, 9 "В", группа 2, 9 декабря, самостоятельная работа.

- 1) [МГУ, мехмат, 2002] Точка O взята на диагонали AC выпуклого четырёхугольника $ABCD$, при этом $OC = OD$. Также O удалена на одинаковое расстояние от прямых DA , AB и BC . Известно также, что $\angle AOB = 110^\circ$ и $\angle COD = 90^\circ$. Найдите углы четырёхугольника.
- 2) [экзамен в школу при МФТИ, 2002] В треугольнике ABC проведены высоты AP и BQ . Найдите PQ , если $\angle C = 120^\circ$ и $AB = 9$.
- 3) [МФТИ, 2002] Окружность с центром на стороне AB равнобедренного ($AB = BC$) треугольника ABC проходит через точку A , пересекает отрезок AC в точке F , касается отрезка BC в точке G и пересекает отрезок AB в точке E , причём $GC : BG = \sqrt{3} - 1$ и $FC = \sqrt{3} - 1$. Найдите радиус окружности.
- 4) [МГУ, ВМиК, 2002, упрощение] Вписанная и невписанная окружности треугольника ABC касаются стороны AC , а также друг друга. Сумма кубов их радиусов равна 152, $\cos \angle BAC = \frac{1}{4}$. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .

Геометрия, 9 "В", группа 2, 9 декабря, домашнее задание.

- 1) [МГУ, геолог. ф-т, 1986] Длины сторон треугольника образуют арифметическую прогрессию, а радиус вписанной окружности равен 4. Найдите среднюю по величине высоту треугольника.
- 2) [МГУ, ВМиК, 1986] В окружности проведён диаметр $AK = 8$ и хорда AB , образующая с указанным диаметром угол $22,5^\circ$. Касательная к окружности, проведённая в точке B , пересекает прямую AK в точке C . Найдите длину медианы AM треугольника ABC .
- 3) [МГУ, экономфак, 1986] В окружность радиуса $2\sqrt{7}$ вписана трапеция $ABCD$, причём её основание $AD = 4\sqrt{7}$ и $\angle BAD = 60^\circ$. Хорда CE пересекает AD в точке P такой, что $AP : PD = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника PBE .
- 4) [МГУ, географ. ф-т, 1986] Внутри треугольника ABC выбрана точка K . Известно, что $AK = 1$, $KC = \sqrt{3}$, $\angle AKC = 120^\circ$, $\angle ABK = \angle KBC = 15^\circ$. Найдите BK .
- 5) [МГУ, физфак, 1986] В треугольнике ABC $AH = h$ — высота, $AM = m$ — медиана, AN — биссектриса, Q — ортоцентр. Известно, что $MN = NH$. Найдите QA .