

Тригонометрические уравнения-3Преобразование произведения в сумму

1. Решите уравнение: а) $2 \sin 2x \cos 3x + \sin x + \cos 2x = 0$; б) $\cos x \cos 2x = \cos 2, 5x \cos 0, 5x$.
 2. Вычислите: $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$.

Универсальная тригонометрическая подстановка. Линейные уравнения

3. Выразите $\sin x$, $\cos x$ и $\operatorname{tg} x$ через $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$.
 4. Решите уравнение:
 а) $2 \sin 2x + 3 \operatorname{tg} x = 5$; б) $2(1 + \sin 2x) = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right)$.
 5. Решите уравнение $3 \sin x + \cos x + 1 = 0$ тремя способами:
 а) методом вспомогательного аргумента;
 б) с помощью универсальной тригонометрической подстановки;
 в) перейдя к однородному относительно половинного аргумента.
 6. а) Начните решить уравнение $3 \sin x + \cos x = -1$ методом возведения в квадрат. Нравится?
 б) Решите уравнение $\sin x - \cos x = 1$ методом возведения в квадрат. Понравилось?

Осторожно, не теряйте корни!

7. Вспомним уравнение 6б) из первого листка: $\operatorname{tg} \left(\frac{2\pi}{3} - x \right) + \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = 2 \sin 2x$.
 Если сложить тангенсы, будет все хорошо. А если применить формулу тангенса разности? Получится другой ответ! Почему?
 8. Решите уравнение: а) $1 + \operatorname{ctg} x = \operatorname{tg} \left(x + \frac{3}{4}\pi \right)$; б) $3 \operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) = \operatorname{tg} 2x$.

Тригонометрические уравнения с радикалами

9. Решите уравнения:
 а) $2 \cos x + 3 \sin x = \sqrt{4 + 13 \sin x}$; в) $\sqrt{\sin 2x} = \sqrt{\cos x - \sin x - 1}$;
 б) $\sqrt{\cos 2x} = 1 + 2 \sin x$; г) * $\frac{\sin x - \sqrt{\sin x}}{\cos x - \sqrt{\cos x}} = 1$.

Домашнее задание

10. Решите уравнения:
 а) $\cos 2x \cos 3x = \cos x \cos 4x$; в) $\cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} - \sin x \sin 3x - \sin 2x \sin 3x = 0$;
 б) $\frac{\cos 3x}{\sin 2x} + \sin x = 0$; г) $\left(\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \right)^2 = 0, 5(1 + 2 \sin^2 x)$.
 11. Решите уравнение: $\operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \operatorname{tg} 2x + 1$.
 12. Решите уравнения: а) $\sqrt{\cos x + \cos 3x} = -2 \cos x$; б) $\sin x + \cos x = \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}$.

Разные уравнения

13. Решите уравнения:
 а) $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 4x - \frac{9}{4} \cos 2x$; в) $3 \cos 16x + 8 \sin^2 2x \cos^2 2x - 5 = 0$;
 б) $\frac{\sin x}{\sin x - 3 \cos x} + \frac{4}{\operatorname{tg} x + 3} = \frac{18}{\operatorname{tg}^2 x - 9}$; г) $\sin \frac{x}{4} = 1 - \cos \frac{x}{2}$.
 14. Решите уравнения:
 а) $\sin^2 x + \sqrt{6} \cos x = 3 \cos^2 x + \sqrt{2} \sin x$; в) $\sin^4 2x + \sin^4 \left(2x - \frac{3\pi}{4} \right) = 0, 25$;
 б) $\left(1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) (1 - \sin x) = 1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}$; г) $\operatorname{tg} 2x - \operatorname{ctg} 3x = 0$.