Геометрия, 8 "В", группа 1, 2 февраля, задачи на урок.

1) Окружность разделена в отношении 7 : 11 : 6, точки деления соединены. Найдите углы получившегося треугольника.

2) В окружность вписали четырёхугольник $ABCD$. Пусть M_1 — середина $\smile AB$, M_2 — середина $\smile BC$, M_3 — середина $\smile CD$, M_4 — середина $\smile DA$. Докажите, что $M_1M_3 \perp M_2M_4$.

3) В треугольнике ABC BH — высота (H — на отрезке AC). Из точки H опущены перпендикуляры: HP на AB и HQ на BC. Докажите, что $APQC$ вписан.

4) Две окружности пересекаются в точках A и B. Прямая, проходящая через A, пересекает окружности в точках M и N (отличных от A), а параллельная ей прямая, проходящая через B, — соответственно в точках P и Q, отличных от B. Докажите, что $MN = PQ$

5) Две окружности пересекаются в точках A и B. Диаметр AC одной окружности вторично пересекает другую в точке P, а диаметр AD другой окружности вторично пересекает первую в точке Q. Прямые CQ и DP пересекаются в точке E. Докажите, что E, A и B лежат на одной прямой.

6) На окружности по одну сторону от диаметра PQ взяты точки M и N, а на диаметре — точка T так, что $\angle MTP = \angle NTQ$. Докажите, что описанная окружность треугольника NTM содержит центр данной окружности.

7) На стороне BC ромба $ABCD$ нашлась точка E такая, что $AE = AD$. Пусть $ED \cap AC = F$. Докажите, что $BEFA$ вписан.

8) Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ диагонали перпендикулярны. Из вершин B и C опустили перпендикуляры BB_1 и CC_1, причём BB_1 пересёк диагональ AC в точке E, а CC_1 пересёк диагональ BD в точке F. Докажите, что $BCFE$ — ромб.

9) В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AP и CQ. На стороне AC отмечены такие точки F и G, что $GP || AB$ и $QF || BC$. Докажите, что $GFPQ$ вписан.

10) В треугольнике ABC проведена биссектриса BL. Описанная окружность треугольника ABL пересекает сторону BC в точке P, а описанная окружность треугольника CBL пересекает сторону AB в точке Q. Докажите, что $AQ = CP$.

Геометрия, 8 "В", группа 1, 2 февраля, домашнее задание.

1) На окружности в указанном порядке отмечены точки A, B, C, и D. Точки M, N, K — середины хорд AB, BC, CD соответственно. Докажите, что $\angle BMN = \angle NKC$.

2) Биссектриса внешнего угла C треугольника ABC пересекает описанную вокруг него окружность в точке D. Докажите, что $AD = BD$.

3) Докажите, что биссектрисы углов выпуклого четырёхугольника образуют вписанный четырёхугольник.

4) Две пары противоположных сторон вписанного шестиугольника параллельны. Докажите, что и две оставшиеся стороны параллельны.

5) (Теорема о трезубце.) Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает описанную вокруг него окружность в точке D. Докажите, что $DB = DC = DI$, где I — центр вписанной окружности треугольника ABC.

6) Вокруг равностороннего треугольника ABC описана окружность. На меньшей дуге $\smile AB$ выбрана точка M. Докажите, что $MA + MB = MC$.