

**Иррациональные уравнения.****1. Комментарии по домашнему заданию.**

1) Ответ: 5. 2) Ответ: 6. 3) Замена  $t = \sqrt{\frac{x}{x-1}}$ , тогда  $3t = \frac{3}{t} + 2,5$  и ответ  $x = 1, 8$ .

**2. Решение уравнений с радикалами.**

- |  |                              |                         |
|--|------------------------------|-------------------------|
| 1) $\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x - x^2} = \sqrt{x}$ ;   | <i>ОДЗ</i>                   | $\{0\}$ ;               |
| 2) $\sqrt{x + 3} - 4\sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 8} - 6\sqrt{x - 1} = 1$ ;                       | $t = \sqrt{x - 1}$ ;         | $[5; 10]$ ;             |
| 3) $x^2 + 3 - \sqrt{2x^2 - 3x + 2} = 1,5(x + 4)$ ;   | $t = \sqrt{2x^2 - 3x + 2}$ ; | $\{-2; 3, 5\}$ ;        |
| 4) $\frac{1}{\sqrt{3x + 10}} + \frac{6}{\sqrt{(x + 2)(3x + 10)}} = \frac{1}{\sqrt{x + 2}}$ ; | $a = \sqrt{x + 2}$ ,         | $\{62\}$ ;              |
|  | $b = \sqrt{3x + 10}$ ;       |                         |
| 5) $\sqrt{5x^2 - 20x + 21} + \sqrt{3x^2 - 12x + 28} = 8x - 2x^2 - 3$ ;                       | $t = (x - 2)^2$ ,            | $\{2\}$ ;               |
|  | <i>монотонность</i> ;        |                         |
| 6) $x + \sqrt{3 - \sqrt{x^2 - 6x + 9}} = 2$ ;  | <i>квадрат, модуль</i> ;     | $\{1\}$ ;               |
| 7) $\frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} = \frac{2}{x}$ ;                 | <i>сопряженное</i> ;         | $\{\pm 2\}$ ;           |
| 8) $\sqrt{x^2 - 4x + 5} + \sqrt{x^2 - 5x + 6} = x - 1$ ;                                     | $a = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ ,  | $\{2; 3\frac{1}{3}\}$ ; |
|  | $b = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ ,  |                         |
|  | <i>сложить ур-ия</i> ;       |                         |
|  | <i>два случая</i> :          |                         |
| 9) $\sqrt{x^2 - 1} = (x + 5)\sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}}$ ;                                    | $x + 1 \geq 0, x - 1 > 0$ ,  | $\{-1; -2\}$ ;          |
|  | $x + 1 < 0, x - 1 < 0$ ;     |                         |
| 10) $\sqrt[3]{14 - x} + \sqrt[3]{14 + x} = 4$ ;  | <i>возв. в куб или</i>       | $\{\pm 13\}$ ;          |
|  | <i>монотонность</i> ;        |                         |
| 11) $\sqrt[3]{7x - 6} + \sqrt[3]{17 + 5x} = 5$ ;   | <i>монотонность</i> ;        | $\{2\}$ ;               |
| 12) $\sqrt[3]{5 + x} - 2\sqrt[3]{5 - x} = \sqrt[6]{25 - x^2}$ ;                              | <i>огранич. на a, b</i> ;    | $\{4\frac{11}{13}\}$ ;  |
| 13) $\sqrt{\log_x \sqrt{3x} \log_3 x} = -1$ ;  | $t = \log_x 3$ ;             | $\{\frac{1}{9}\}$ ;     |
| 14) $x^5 + x = \sqrt[3]{x - 7}$ ;  | <i>графики</i> ;             | $\{-1\}$ .              |

**3. Домашнее задание**

Доделать 14.

Решить уравнения:

$$1) \sqrt{x - \frac{1}{x}} - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x}; \quad 2) 2 \log_9^2 x = \log_3 x \cdot \log_3 (\sqrt{2x+1} - 1);$$

$$3) \sqrt[3]{(2x + \sqrt{1+x^2})^2} - 5\sqrt[3]{3x^2 - 1} + 6\sqrt[3]{(2x - \sqrt{1+x^2})^2} = 0.$$

$$4) \text{ Сравнить: } \sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}} + \sin 1^\circ \text{ и } \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} + 0,02.$$

$$5) \text{ Исследовать функцию и построить график: } f(x) = \sqrt{x + 4\sqrt{x-4}} - \sqrt{x - 4\sqrt{x-4}}.$$

Уроки №15-16

23-24.09.10

### ***Иррациональные уравнения и неравенства.***

---

#### **1. Комментарии по домашнему заданию.**

$$1) \text{ Ответ: } \{1; \frac{\sqrt{5}+1}{2}\}. \quad 2) \text{ Ответ: } \{1; 4\}. \quad 3) \text{ Замена } a = \sqrt[3]{2x + \sqrt{1+x^2}}, b = \sqrt[3]{2x - \sqrt{1+x^2}}, \\ a^2 - 5ab + 6b^2 = 0. \quad \text{Ответ } \{\frac{9\sqrt{115}}{115}; \frac{7\sqrt{30}}{60}\}.$$

$$4) \sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}} = \sqrt{9 + 4\sqrt{5}}, \quad \sin 1^\circ = \sin \frac{\pi}{180} < \frac{\pi}{180} < \frac{3,6}{180}.$$

$$5) f(x) = |\sqrt{x-4} + 2| - |\sqrt{x-4} - 2| \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = \begin{cases} 4, & 4 \leq x < 8; \\ 2\sqrt{x-4}, & x \geq 8. \end{cases}$$

#### **2. Решение тригонометрических уравнений с радикалами.**

$$1) \sqrt{\cos x} + \sqrt[4]{2} \sin x = 0; \quad \{-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}\};$$

$$2) \sqrt{1 + 3 \sin x \cos x - \cos 2x} = \sqrt{5} \cos x; \quad \{2\pi - \arctg 2, 5\};$$

$$3) \sqrt{\sin 3x + \cos x - \sin x} = \sqrt{\cos x - \sin 2x}; \quad \{-\frac{\pi}{3} + 2\pi k\} \cup \{2\pi k\}, k \in \mathbb{Z}.$$

#### **3. Решение иррациональных неравенств.**

Методы решения иррациональных неравенств почти не отличаются от методов решения уравнений. В основном их решение сводится к решению неравенств вида  $\sqrt{f(x)} * g(x)$ , где «\*» — любой из знаков неравенства.

$$\sqrt{f(x)} > g(x) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \begin{cases} g(x) < 0; \\ f(x) \geq 0; \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) \geq 0; \\ f(x) > g^2(x). \end{cases} \end{cases} \quad \sqrt{f(x)} < g(x) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} g(x) \geq 0; \\ 0 \leq f(x) < g^2(x). \end{cases}$$

Аналогично в случае нестрогих неравенств.

Решите неравенства:

$$\begin{aligned} 1) \quad x < \sqrt{x+22} - 2; & \quad [-22; 3); \\ 2) \quad \sqrt{5x^2 + 10x + 1} \geq 7 - x^2 - 2x; & \quad (-\infty; -3] \cup [1; +\infty); \end{aligned}$$

#### 4. Домашнее задание

Решить уравнения:

$$\begin{aligned} 1) \quad \sqrt{-3 \sin 2x - 4 \cos^2 x} &= \sqrt{2} \sin x; & 3) \quad \frac{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x} - \sqrt[4]{x}} &= 3. \\ 2) \quad \sqrt{1,25 - \sin^2 x + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)} &= 0,5 + \cos x; \end{aligned}$$

4) Вычислить:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \sin 2x} - 1}{2 - \sqrt{5x + 4}}.$$

Решить неравенства:

$$\begin{aligned} 5) \quad 2\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} > 3; & \quad 7) \quad 7 + 2x \geq 2\sqrt{x^2 + 9x} + \sqrt{x} - \sqrt{x+9}; \\ 6) \quad \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x} > 1; & \quad 8) \quad \sqrt{x^2 - 8x + 15} + \sqrt{x^2 + 2x - 15} > \sqrt{4x^2 - 18x + 18}. \end{aligned}$$