

Зачёт за III триместр. Программа.

ПОНЯТИЯ: Множества, подмножества, операции над множествами. Биекция. Конечные и бесконечные множества. Равномощность множеств. Счётные, несчётные множества. Множества мощности континуума. Перестановки, размещения, сочетания. Шары и перегородки. Бином Ньютона, биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Аффинная плоскость, аксиомы.

- 1) Сколько подмножеств у множества из n элементов?
- 2) Множество целых чисел счётно.
- 3) Множество рациональных чисел счётно.
- 4) В любом бесконечном множестве есть счётное подмножество.
- 5) Счётное объединение счётных множеств счётно.
- 6) Множество всех бесконечных последовательностей из нулей и единиц несчётно.
- 7) Любые два отрезка равномощны.
- 8) Отрезок имеет мощность континуума.
- 9) Отрезок равномошен интервалу.
- 10) Отрезок равномошен прямой.
- 11) Отрезок равномошен квадрату.
- 12) Разделите прямую на три равные части.
- 13) Сколькими способами можно поставить в ряд n различных предметов?
- 14) Сколькими способами можно выбрать k предметов из n различных и поставить их в ряд?
- 15) Сколько k -элементных подмножеств у n -элементного множества?)
- 16) Сколькими способами можно разбить 20 человек на пары?
- 17) Провели все диагонали выпуклого n -угольника, никакие три не пересеклись в одной точке. Сколько точек пересечения получилось?
- 18) В каждой клетке таблицы 10×10 пишут 1 или -1 так, чтобы произведение чисел в любой строке и в любом столбце равнялось 1 . Сколько существует способов заполнить таблицу?
- 19) У мамы есть 5 детей и 17 одинаковых воздушных шариков. Сколькими способами мама может раздать шары детям? А сколько способов сделать это так, чтобы каждый что-нибудь получил?
- 20) Сколькими способами число n можно разбить на меньшие его натуральные слагаемые? Представления, отличающиеся порядком слагаемых, считаются различными.
- 21) Докажите, что каждое число в треугольнике Паскаля, кроме крайних единиц, равно сумме двух чисел стоящих над ним: $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$. Докажите это же свойство, пользуясь известной формулой $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.
- 22) Найдите сумму чисел n -ой строки треугольника Паскаля.
- 23) Найдите знакопеременную сумму чисел n -ой строки треугольника Паскаля:
 $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots \pm C_n^n$.
- 24) Докажите, что $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = (C_{2n}^n)$ тремя различными способами.
- 25) Докажите, что в строке треугольника Паскаля с простым номером p все числа делятся на p (кроме крайних единиц).
- 26) На аффинной плоскости на каждой прямой лежат как минимум две точки, через каждую точку проходят как минимум три прямые.
- 27) На аффинной плоскости на любых двух прямых поровну точек. Порядок плоскости.
- 28) Рассмотрим аффинную плоскость порядка k . а) Докажите, что каждой прямой параллельно ровно $k - 1$ прямых. б) Докажите, что в этой плоскости ровно k^2 точек. в) Сколько в ней прямых?