

Параллельный перенос

Определение. Пусть лучи AB и CD лежат на параллельных прямых. Если точки B и D находятся в одной полуплоскости относительно прямой AC , то лучи AB и CD называются **сонаправленными**, а если в разных – то **противоположно направленными**. Лучи, лежащие на одной прямой, называются **сонаправленными**, если один из них целиком содержится в другом, и **противоположно направленными**, если это не так.

Определение. Пусть на луче с началом в точке A отмечена точка A_1 . **Параллельным переносом** называется преобразование плоскости, при котором произвольной точке X ставится в соответствие такая точка X_1 , что лучи XX_1 и AA_1 сонаправлены и $AA_1 = XX_1$.

Теорема. Параллельный перенос является движением.

Теорема. При параллельном переносе прямая отображается на параллельную ей прямую, а луч – на сонаправленный ему луч.

1. Как можно задать параллельный перенос?
2. Как построить образ данной точки, прямой, окружности?
3. Какое движение обратное параллельному переносу?
4. Есть ли у параллельного переноса неподвижные точки?
5. Приведите примеры фигур, переходящих в себя при параллельном переносе.

Вспомним некоторые задачи, для решения которых удобно переместить части чертежа с помощью параллельного переноса:

1. а) Постройте трапецию по основаниям и боковым сторонам.
б) Постройте трапецию по основаниям и диагоналям.
в) Постройте трапецию по боковым сторонам, отрезку, соединяющему середины оснований, и меньшему основанию
2. Диагонали некоторой трапеции равны 5 см и 12 см, а основания 3 см и 10 см. Найдите угол между диагоналями этой трапеции.
3. Средняя линия трапеции равна 5, а отрезок, соединяющий середины оснований, равен 3. Углы при большем основании трапеции равны 30° и 60° . Найдите основания и меньшую боковую сторону трапеции.
4. Докажите, что разность оснований любой трапеции больше разности ее боковых сторон.
* * *
5. Пусть A_1, B_1, C_1 – середины сторон соответственно BC, AC и AB треугольника ABC , точки O_1, O_2 и O_3 – центры окружностей, вписанных в треугольники AB_1C_1, A_1B_1C и A_1BC_1 , а точки M_1, M_2 и M_3 – центры описанных около этих же треугольников окружностей. Докажите, что треугольники $O_1O_2O_3$ и $M_1M_2M_3$ равны.
6. а) В каком месте построить мост через реку с параллельными берегами, чтобы путь между двумя расположенными на разных берегах деревнями был кратчайшим?
б) Решите аналогичную задачу для деревень, разделенных несколькими реками.
7. Дан угол ABC и прямая l . Параллельно прямой l проведите прямую, на которой стороны угла высекают отрезок данной длины.
8. Постройте отрезок, равный и параллельный данному, концы которого принадлежат двум данным окружностям.
9. Угол, изготовленный из прозрачного материала, двигают так, что две непересекающиеся окружности касаются его сторон внутренним образом. Докажите, что на нем можно отметить точку, которая описывает дугу окружности.

Домашнее задание

10. Постройте хорду данной окружности, равную и параллельную данному отрезку.
11. Проведите прямую, параллельную данной, высекающую на двух данных окружностях равные хорды.
12. Внутри прямоугольника $ABCD$ взята точка M . Докажите, что существует выпуклый четырехугольник с перпендикулярными диагоналями длины AB и BC , стороны которого равны AM, BM, CM, DM .
13. Найдите геометрическое место точек, расположенных внутри данного угла, разность расстояний от которых до сторон этого угла имеет данную величину.
14. Параллельно данной прямой проведите прямую, на которой две данные окружности высекали бы хорды, а) сумма; б) разность длин которых имела бы заданную величину a .

Параллельный перенос

1. Прямая, соединяющая середины M и N сторон AB и CD четырехугольника $ABCD$ с непараллельными сторонами, образует со сторонами AD и CB равные углы. Докажите, что $AD = CB$.
2. Постройте четырехугольник по четырем сторонам и средней линии.
3. M и N – середины сторон AB и CD четырехугольника $ABCD$. Докажите, что если длина отрезка MN равна полусумме длин сторон AD и CB , то $ABCD$ – трапеция или параллелограмм.