

Кусочно-линейные многообразия и маломерная топология

Осенний семестр 2025

Описание курса:

В этом курсе мы будем двигаться в сторону *Hauptvermutung* — известной гипотезы, что любое топологическое многообразие триангулируемо, а любой гомеоморфизм PL -многообразий изотопен кусочно-линейному. Эта гипотеза верна в размерности ≤ 3 , но неверна в общем случае.

Первая часть курса посвящена общему обзору теории многообразий, а также методам работы с кусочно линейными многообразиями. Во второй части курса мы докажем *Hauptvermutung* в размерности 2 и сопутствующие утверждения о поверхностях. В заключительной части курса речь пойдёт про трёхмерную топологию, мы разберём несколько классических фактов о 3-многообразиях и обсудим теорему о триангулируемости.

Примерная программа:

- Топологические многообразия. Атласы, гладкие многообразия. Примеры многообразий
- Подмногообразия. Примеры диких вложений (дикие узлы, ожерелье Антуана, рогатая сфера Александра)
- Полиэдры в евклидовом пространстве, триангуляции, измельчения
- Кусочно линейные отображения, локальный критерий невырожденности. PL -многообразия
- Теорема о триангулируемости гладких многообразий
- Некомбинаторные триангуляции. Гомологические сферы, теорема Эдвардса о двойной надстройке (без доказательства)
- Теорема Жордана
- Теорема о кусочно линейной аппроксимации гомеоморфизма поверхностей. Триангулируемость топологических 2-многообразий
- Теорема Шёнфлиса
- Трёхмерные многообразия. Линзы. Разбиение Хегора
- Лемма Дена, теоремы Папакирьякопулоса о петле и о сфере
- Кусочно линейная аппроксимация в трёхмерном пространстве. Теорема о триангулируемости трёхмерных многообразий
- Инвариант Кирби-Зибенманна (обзор)

Литература:

Moise. *Geometric topology in dimensions 2 and 3*

Манкрс. *Элементарная дифференциальная топология* (приложение к книжке Милнор, Сташеф. *Характеристические классы*)

Lurie. *Topics in Geometric Topology*, <https://www.math.ias.edu/~lurie/937.html>

Прасолов. *Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии*

Скопенков. *Алгебраическая топология с геометрической точки зрения*