

3

3.1. Вычислите лево- и право-инвариантные меры на группе преобразований

$$\{\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : x \mapsto ax + b \mid a \in \mathbb{R}_{>0}, b \in \mathbb{R}\}.$$

3.2. Сравните лево- и право-инвариантные меры на группах $\mathrm{SO}_3(\mathbb{R})$ и $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$.

3.3. Составьте небольшой список пар функций, связанных преобразованиями Фурье. По возможности постройте графики этих функций.

3.34 Составьте небольшой список пар функций, связанных преобразованиями Меллина. По возможности постройте графики этих функций.

3.5. Свяжите $\Gamma(s)$ и $\Gamma(s - 1)$. Воспользуйтесь полученным результатом для максимального расширения области определения (*аналитического продолжения*) функции Γ . Изучите нули и полюса этой функции.

3.6. Изучите численно функцию ϑ и постройте её график.

3.7. Тщательно проверьте сходимость ряда, определяющего функций $s \mapsto \zeta(s)$, при $\mathrm{Re}(s) > 1$. Докажите, что функция $s \mapsto \zeta(s) - \frac{1}{s-1}$ допускает аналитическое продолжение в большую область.

3.8. Пользуясь доступными компьютерными средствами, изучите графики вещественной функции $x \mapsto \theta(x|\tau)$ при $x \in \mathbb{R}$ и нескольких значениях $\tau \in i\mathbb{R}_{>0}$. Сколько слагаемых реально (в пределах изображения на вашем экране) влияют на форму графика?

Ответ должен зависеть от $\mathrm{Im}(\tau)$.

2 октября, Г.Б. Шабат