

Алгебраическая теория чисел: введение

М.Ю. Розенблюм

Курс планируется как семестровый.

Полезно, чтобы слушатели уже имели некоторые сведения о группах, коммутативных кольцах, идеалах, гомоморфизмах и были знакомы с основами линейной алгебры.

1. p - адические числа

Абсолютные значения. Теорема Островского. Топологическая и алгебраическая конструкции p - адических чисел. Лемма Гензеля. Отображение Тейхмюллера. p - адический логарифм. Структура мультипликативной группы.

2. Обзор теории Галуа.

Алгебраическое замыкание. Нормальные и сепарабельные расширения. Группа Галуа. Основная теорема. Норма и след. Структура конечных полей. Расширения Куммера и Артина-Шрейера. Корни из единицы. Решение уравнений в радикалах.

3. Поля алгебраических чисел

Дедекиндовы кольца. Локализация. Расширения. Решетки и двойственность. Разложение простых идеалов. Дифферента и дискриминант. Вычисление кольца целых.

4. Локальные поля

Инерция и ветвление. Лемма Краснера. Алгебраическая замкнутость поля $\mathbb{C}_p$. Степенные ряды в $\mathbb{C}_p$. Многоугольник Ньютона. Экспонента Артина-Хассе.

5. Метрическая топология

Адели и иделы. Аппроксимационная теорема. Теорема Дирихле о единицах. Конечность числа классов идеалов. Модули и конгруэнц-подгруппы.