

Анализ-2 НМУ, 2024/25 гг.

Экзамен

(максимальная оценка – 5 баллов)

- 1) найти производную и дифференциал отображения $u = yz$, $v = zx$, $w = xy$ (0,5 балла);
- 2) найти объём тела, ограниченного поверхностью вращения синусоиды $y = \sin x$ вокруг оси OX при $0 \leq x \leq \pi$ (0,5 балла);
- 3) найти экстремумы функции $u = (x + 7z)e^{-(x^2+y^2+z^2)}$ (1 балл);
- 4) пусть X – измеримое множество положительной меры, функция f интегрируема на X и $f(x) > 0$ для всех $x \in X$. Доказать, что $\int_X f(x)d\mu > 0$ (1 балл);
- 5) исследовать на устойчивость положение равновесия $x_1 = x_2 = 0$ системы
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -\sin x_1 + ax_2 \end{cases} \quad \text{при } a \leq 0 \quad (1 \text{ балл}).$$
- 6) найти объём n -мерного шара радиуса r при чётном n (1,5 балла).
- 7) вычислить $\int_{\Pi_n} x_1 x_2 \dots x_n dx$ по пирамиде $\Pi_n : 0 \leq x_n \leq x_{n-1} \leq \dots \leq x_2 \leq x_1 \leq a$ (1,5 балла);
- 8) пусть f_n – последовательность измеримых функций. Доказать, что множество точек x , для которых $\{f_n(x)\}$ сходится, измеримо (2 балла).