

**Анализ-2 НМУ, февраль-май 2025 гг.**

**Листок №11**

- 1) (к доказательству теоремы об устойчивости) для произвольных скалярных произведений  $(x, y)_{1,2}$  в  $\mathbb{R}^n$  и соответствующих норм  $|x|_{1,2} = \sqrt{(x, x)_{1,2}}$  существуют положительные константы  $c_1$  и  $c_2$ , такие что  $c_1|x|_2 \leq |x|_1 \leq c_2|x|_2$ ;
- 2) вариант для  $\mathbb{C}^n$ : то же самое для эрмитовых скалярных произведений:  $\sum a_{ij}x_i\bar{y_j}$ ;

К линейным системам с чисто мнимыми собственными значениями:

- 3) множество точек окружности  $S^1$ , полученных поворотами одной точки на углы, кратные  $\alpha$ , где  $\alpha$  несоизмеримо с  $\pi$ , всюду плотно в  $S^1$ ;
- 4) каждое решение системы  $\begin{cases} \dot{\phi} = 2\pi i\phi, \\ \dot{\psi} = 2\pi i\omega\psi \end{cases}$  периодично при рациональном  $\omega$ , и всюду плотно в торе  $T^2$  (с углами  $\phi$  и  $\psi$ ) при иррациональном  $\omega$ ;

**План лекции №11. Теория устойчивости.**

Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Функция Ляпунова.  
Теорема об устойчивости по первому приближению.