Анализ-2 НМУ, февраль-май 2025 гг.

Листок №7

1) доказать неравенство Чебышева: если $\phi(x) \geq 0$ на A, то

$$\mu\{x \in A \mid \phi(x) \geq c\} \leq \frac{1}{c} \int_A \phi \, d\mu;$$

2) Доказать, что если $\int_A |f(x)| \, d\mu = 0$, то $f(x) = 0$ почти всюду. Указание: представить множество $\{x \mid f(x) \neq 0\}$ в виде объединения множеств $\{x \mid f(x) \geq \frac{1}{n}\}$ и воспользоваться неравенством Чебышева;

3) если функция интегрируема по Риману на отрезке, то она представима в виде равномерного предела простых функций с конечным числом значений, и таким образом интегрируема по Лебегу;

4) в условиях задачи 3 интеграл Римана равен интегралу Лебега;

План лекции №7. Интеграл Лебега.

Интеграл измеримой функции на множестве конечной меры. Линейность интеграла. Счётная аддитивность и абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.