

Независимый Московский Университет,
Двойственность Понтрягина, осень 2025

1

1.1. Подробно обоснуйте изоморфизм

$$\widehat{\mathbb{C}}_1 \cong \mathbb{Z}^+.$$

1.2. Подробно обоснуйте изоморфизм

$$\widehat{\mathbb{Z}^+} \cong \mathbb{C}_1.$$

1.3. Используя определение *компактно-открытой топологии*, обоснуйте для $G \in \mathcal{LSAB}$ принадлежность $\widehat{G} \in \mathcal{LSAB}$.

1.4. Проверьте свойство кофунктора для оператора Понтрягина

$$\mathcal{LSAB} \longrightarrow \mathcal{LSAB} : G \mapsto \widehat{G}.$$

В частности, подробно определите для морфизма локально-компактных коммутативных групп $\varphi : G \rightarrow H$ сопряжённый морфизм $\varphi^* : \widehat{H} \rightarrow \widehat{G}$.

1.5*. Попытайтесь на категорном языке для конечномерных векторных пространств над произвольным полем определить отличие изоморфности $V^* \simeq V$ от наличия *канонического изоморфизма*

$$V^{**} \cong V.$$

Вам может помочь книга С. Маклейна *Категории для работающего математика*.

11 сентября, Г.Б. Шабат