Анализ-2 НМУ, февраль-май 2025 гг.

Листок №1

1) любое объединение и конечное пересечение открытых множеств в $\mathbb{R}^n$ открыто;

2) любое пересечение и конечное объединение замкнутых множеств в $\mathbb{R}^n$ замкнуто;

3) множество замкнуто тогда, и только тогда, когда оно содержит все свои предельные точки;

4) компакт в $\mathbb{R}^n$ ограничен;

5) компакт замкнут;

6) замкнутый брусок является компактом;

7) замкнутое подмножество компакта является компактом;

8) из результатов задач 6 и 7 вывести, что ограниченное и замкнутое множество в $\mathbb{R}^n$ является компактом;

9) (аналог теоремы Больцано–Вейерштрасса) из каждой последовательности точек компакта можно выбрать сходящуюся (к точке того же компакта) подпоследовательность;

10) доказать критерий сходимости Коши для последовательностей в $\mathbb{R}^n$;

11) доказать, что функция f непрерывна в точке $x \in \mathbb{R}^n$ тогда, и только тогда, когда для каждой последовательности $x_n \to x$ имеем $f(x_n) \to f(x)$;

12) отображение $f = (f_1, \ldots, f_m) : E \to \mathbb{R}^m$ (где $E \subseteq \mathbb{R}^n$) непрерывно тогда, и только тогда, когда все функции $f_1, \ldots, f_m$ непрерывны;

13) доказать непрерывность арифметических операций от непрерывных функций на $\mathbb{R}^n$;

14) прообраз открытого множества при непрерывном отображении является открытым множеством;

15) непрерывный образ компакта – компакт;

План лекции №1. Топология в $\mathbb{R}^n$ и непрерывность функций и отображений.

Топология в евклидовом пространстве. Компакты и их свойства. Непрерывность функций на $\mathbb{R}^n$ и отображений $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$. Равномерная непрерывность.