

# Топология трёхмерных многообразий

## Задачи к лекции 8:

### Теоремы Папакирьякопулоса

13 апреля 2023

**Задача 1.** Постройте непрерывное вложение  $S^2 \rightarrow S^3$ , такое что обе компоненты дополнения к его образу не односвязны.

**Задача 2.** Пусть  $X_1, X_2$  — связные  $n$ -многообразия с краем.

а) Докажите, что  $X_1 \natural X_2 \approx X_1 \vee X_2$ .

б) Докажите, что  $X_1 \# X_2 \approx X_1 \vee X_2 \vee S^{n-1}$ .

в) Выведите, что зацепление  $L \subset S^3$  разводимо если и только если  $\pi_2(S^3 \setminus L) \neq 0$ .

**Задача 3.** а) Покажите, что операция граничной суммы коммутативна и ассоциативна, и что диск является для неё нейтральным элементом.

б) Покажите, что краевая сумма бесконечного числа дисков  $D^n \natural D^n \natural D^n \natural \dots$  гомеоморфна диску без одной точки на границе.

**Задача 4\*.** Существует ли (дикий) узел, фундаментальная группа дополнения к которому не конечно порождена?