

Введение в группы классов отображений

Задачи к лекции 8:

Принцип Александера

10 апреля 2024

Задача 1. Для каких поверхностей S для любой существенной кривой $\alpha \subset S$ существует негомотопная ей существенная кривая $\beta \subset S$, такая что $i(\alpha, \beta) = 0$?

Задача 2. а) Для каких поверхностей без края S существует заполняющий набор существенных простых замкнутых кривых, попарно негомотопных, попарно в минимальном положении и не пересекающихся по три? Для каждой из этих поверхностей постройте такой набор явно.

б) Докажите, что при $g \geq 1$ на S_g имеется заполняющий набор из *двух* простых замкнутых кривых.

в) То же для $S_{g,n}$ при $g \geq 1$.

Задача 3. Пусть заполняющий набор кривых из формулировки принципа Александера образует граф G (вершины G — точки пересечения кривых, рёбра — дуги кривых между точками пересечения). Какие автоморфизмы $G \rightarrow G$ реализуются гомеоморфизмами поверхности?