

Введение в группы классов отображений

Задачи к лекции 7:

Критерий двуугольника

3 апреля 2024

Задача 1. Пусть простые замкнутые неразделяющие кривые α, α' в замкнутой поверхности S гомотопны, но не обязательно в минимальном положении. Может ли дополнение $S \setminus \alpha \cup \alpha'$

а) быть гомеоморфным набору дисков?

б) иметь больше одной компоненты, не гомеоморфной кольцу или диску?

Задача 2. Пусть $\alpha_1, \dots, \alpha_n \subset S$ — набор простых замкнутых кривых попарно в минимальном положении. Докажите, что для любой кривой $\beta \subset S$ существует гомотопная ей β' в минимальном положении со всеми α_i .

Задача 3. а) Верен ли критерий двуугольника для самопересечения: замкнутая кривая α имеет минимально возможное число точек самопересечения (среди всевозможных кривых из того же класса гомотопии), если и только если $S \setminus \alpha$ не содержит двуугольников?

б) Сформулируйте и докажите аналог критерия двуугольника для пары замкнутых кривых, возможно, имеющих самопересечения.