

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА КУРСА

Звездочкой отмечены вопросы, на которые, скорее всего, не хватит времени.

1. Аффинная геометрия.
 - 1.1. Аффинная группа.
Линейная группа — фактор аффинной по множеству параллельных переносов. Нормализатор гиперплоскости — аффинная группа. Аффинная группа действует точно транзитивно на множестве наборов из $(n + 1)$ точки общего положения. Основная теорема вещественной аффинной геометрии.
 - 1.2. Выпуклые множества.
Теорема Каратеодори и теорема Хелли о пересечениях. Теорема об отделимости. *Теорема Крейна–Мильмана. Основы выпуклой двойственности.
2. Проективная геометрия.
 - 2.1. Проективная группа — общие свойства.
Группа проективных преобразований — фактор линейной группы по множеству растяжений. Аффинная группа как нормализатор гиперплоскости в проективной группе. Проективная группа действует точно транзитивно на множестве наборов $(n + 2)$ точек общего положения.
 - 2.2. Проективные группы малых размерностей.
Преобразование прямой проективно тогда и только тогда, когда сохраняет двойное отношение. Действие группы S_4 на двойное отношение. Преобразование комплексной прямой проективно тогда и только тогда, когда сохраняет ориентацию и переводит окружности в окружности.
 - 2.3. Коники в проективном пространстве.
Проективная классификация коник над \mathbb{C} и над \mathbb{R} . Теоремы Дезарга, Паппа, Паскаля и Брианшона.
 - 2.4. Основы проективной двойственности.
Двойственность для прямых. Двойственность для коник. Двойственность для кусочно-выпуклых кривых на проективной плоскости.
3. Геометрия Лобачевского.
 - 3.1. Модель Пуанкаре в полуплоскости.
Аффинная группа плоскости Лобачевского — явное описание, транзитивность действия на флагах, изоморфизм с подгруппой проективной группы прямой. Существование и единственность инвариантной метрики; явная формула.
 - 3.2. Прочие модели и аксиоматический подход.
Модель Пуанкаре в круге, модель Клейна в круге, модель Клейна в гиперboloиде — эквивалентность, описание аффинной группы, явные формулы для метрики. Аксиоматический подход.
 - 3.3. Углы и площади.
Голоморфность и конформность. Площадь и сумма углов треугольника. Понятие кривизны метрики.
 - 3.4. *Теорема Пуанкаре о замощениях.
Теорема Пуанкаре. Фундаментальная область модулярной группы. Универсальное накрытие над сферой с ручками.
4. *Евклидова геометрия.
 - 4.1. Евклидовы свойства коник.
Семейства софокусных коник.
 - 4.2. Ортогонализация.
Теорема Грама. Ортогонализация, в том числе в семействах.

КНИГИ ПО ГЕОМЕТРИИ

1. В.В.Прасолов, В.М.Тихомиров, *Геометрия*, М., МЦНМО, 2007.
2. А.И.Кострикин, Ю.И.Манин, *Линейная алгебра и геометрия*, М., Наука, 1986 (и более поздние переиздания).