

**Задача 1.** Докажите, что всякое неприводимое представление разрешимой алгебры Ли  $\mathfrak{g}$  одномерно, а  $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$  действует на нём тривиально.

**Задача 2.** Алгебра Ли  $\mathfrak{g}$  удовлетворяет условию  $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}] = \mathfrak{g}$ . Можно ли утверждать, что  $\mathfrak{g}$  полупроста?

**Задача 3.** Опишите все алгебры Ли с одномерным коммутантом.

**Задача 4.** Найдите радикал аффинной алгебры Ли  $\mathfrak{aff}(n)$ .

**Задача 5.** Опишите все комплексные алгебры Ли размерности 4, не являющиеся разрешимыми.

**Задача 6.** Докажите, что если  $\xi, \eta, \zeta$  – эндоморфизмы конечномерного векторного пространства, то

$$\mathrm{Tr}([\xi, \eta] \zeta) = \mathrm{Tr}(\xi [\eta, \zeta]).$$

**Задача 7.** Пусть  $\mathfrak{g}$  – такая алгебра Ли, что  $\mathrm{Tr}(\mathrm{ad} \xi \mathrm{ad} \eta) = 0$  для всех  $\xi \in [\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$ ,  $\eta \in \mathfrak{g}$ . Докажите, что  $\mathfrak{g}$  разрешима.

**Задача 8.** а) Пусть эндоморфизмы  $x, y \in \mathrm{End}(V)$  коммутируют.

Докажите, что  $(x + y)_s = x_s + y_s$ ,  $(x + y)_n = x_n + y_n$ .

б) Верно ли аналогичное утверждение, если  $x$  и  $y$  не коммутируют?

Задачи можно сдавать:

Каринэ Куюмжиян [karina@mscme.ru](mailto:karina@mscme.ru) по понедельникам с 19.20 до 20.50 в НМУ

Борис Билич - онлайн (договариваться через телеграм)

Илья Левин - онлайн (договариваться через телеграм)