**1.** Пусть $f \in Hol(\overline{G})$, где $G$ — некоторая жорданова область, пусть $f$ непостоянна в $G$, и пусть модуль $f$ имеет одно и то же значение на $\partial G$. Доказать, что однолистность $f$ в $G$ эквивалентна ее локальной однолистности в $G$.

**2.** Пусть $-\infty < a_1 < a_2 < \cdots < a_n < +\infty$. Доказать, что любая голоморфная ветвь функции $\sqrt[n]{(z-a_1)\cdots(z-a_n)}$ в верхней полуплоскости $\mathbb{C}_+$ однолистна в $\mathbb{C}_+$.

**•3.** Пусть функция $f \in \mathcal{S}$ (т.е. $f$ голоморфна и однолистна в единичном круге, $f(0) = 0$ и $f'(0) = 1$). Доказать, что функция $g(z) := \sqrt{f(z^2)}$ корректно определена и принадлежит классу $\mathcal{S}$.

**4.** Пусть $G$ — область в $\mathbb{C}$, и пусть последовательность $\{f_n\} \subset Hol(G)$ локально равномерно в $G$ сходится к однолистной в $G$ функции $f$. Доказать, что для любого круга $D$, $\overline{D} \subset G$ найдется $N \in \mathbb{N}$ такое, что функции $f_n$ при $n > N$ однолистны в круге $D$.

**•5.** Пусть $G$ — жорданова область в $\mathbb{C}$, а $f$ — некоторое конформное отображение $\mathbb{D}$ на $G$. Доказать, что для любого $\varepsilon > 0$ найдется однолистный в круге $\mathbb{D}$ многочлен $P$ такой, что $\|f - P\|_{\overline{\mathbb{D}}} < \varepsilon$.

**•6.** Пусть последовательность $\{a_n\}_{n=2}^{\infty}$ такова, что $\sum_{n=2}^{\infty} n|a_n| < 1$. Доказать, что функция $f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$ конформно отображает круг $\mathbb{D}$ на некоторую жорданову область.

**7.** Пусть $G$ — область в $\mathbb{C}$, а функция $f$ мероморфна в области $G$. Доказать, что если при отображении $z \mapsto f(z)$ образом любого отрезка, лежащего в области $G$, является отрезок или дуга окружности, то $f$ — ДЛО.

**8.** Пусть последовательность функций $\{f_n\}$ определена следующим образом: $f_1(z) = z$ и $f_{n+1}(z) = z - \dfrac{1}{f_n(z)}$ при $n \geqslant 2$. Доказать, что последовательность $\{f_n\}$ локально равномерно в $\mathbb{C}_+$ сходится к некоторой однолистной функции $f$. Найти $f(\mathbb{C}_+)$.

**•9.** Пусть $G$ — область в $\mathbb{C}$, а множество $E \subset G$ таково, что $E' \cap G \neq \varnothing$. Пусть последовательность функций $\{f_n\} \subset Hol(G)$ локально равномерно ограничена в $G$. Доказать, что из поточечной сходимости последовательности $\{f_n\}$ на $E$ следует ее локально равномерная сходимость в $G$.

**10.** Пусть $a > 0$ и $b > 0$, и пусть $Q_{a,b} = \{z\colon \operatorname{Re} z > a,\ |\operatorname{Im} z| < b\}$. Пусть $f \in H^{\infty}(Q_{a,b})$ и пусть при некотором $y_0 \in (-b, b)$ существует $A := \lim_{x\to\infty} f(x + iy_0)$. Доказать, что для любого $y \in (-b, b)$ существует предел $\lim_{x\to\infty} f(x + iy) = A$. Показать, что это утверждение неверно для неограниченных функций $f$.