Математический анализ, 2 семестр, 1 курс, 2008 год

Листок 6, 19.03.2008

1. Вычислите $\int\limits_{x^2+y^2\in[1;4]} \operatorname{arctg}\frac{x}{y}(\ln(x^3-x^2y+xy^2-y^3)-\ln(x-y))$

2. Докажите, что $\int\limits_0^{1.4}(\ln x)(\operatorname{tg} x)dx - \int\limits_0^{1.2} 4x(\ln x)(\operatorname{tg} x^2)dx$ по модулю меньше, чем 1 .

3. 1)Найдите объём тела, полученного вращением вокруг оси Ox графика функции $y=f(x)$.

2) Проверьте, что для объёма шара получается правильный ответ.

3) Найдите объём конуса, у которого известны высота и радиус основания.

4) Какой максимальный объём конуса при площади осевого сечения, равной 1?

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной гиперболами $x^2-y^2=1$, $x^2-y^2=4$ и прямыми $x=3y$, $x=-3y$.

5. Рассмотрим взаимно-гладкие отображения одного данного прямоугольника A в другой (B). Когда интеграл по A модуля определителя матрицы Якоби такого отображения максимален? Тот же вопрос про интеграл квадрата модуля определителя матрицы Якоби.

6. Объединение счетного числа множеств меры 0 имеет меру 0.

7. Если B — подмножество меры 0 в бруске I, то $\overline{I\setminus B}=I$

Назовем колебанием функции f в точке x

$$\omega(f,x)=\lim_{\delta\to 0}\sup_{x_1,x_2\in \mathrm{B}_{x,\delta}}|f(x_1)-f(x_2)|$$

8. Функция непрерывна в точке тогда, и только тогда, когда ее колебание в этой точке равно 0.

9. Вычислите $\int\limits_{\mathbb{R}} e^{-x^2}dx$.