

Листок 10

1. Пусть мы оказываемся от условия, что игрок помнит свои прошлые ходы (то есть неотличимые вершины просто должны иметь одинаковый набор ходов). Приведите пример игры, в которой нет равновесия Нэша в смешанных стратегиях.

2. ``Два участка лесоповала". Есть n игроков, причём это количество велико. Есть два участка, где валят лес. На первом участке k участников повалят $k - \frac{k^2}{n}$ единиц леса, на втором $4k - \frac{2k^2}{n}$ единиц.

Найдите равновесия Нэша при лесоповале, если выигрыш игрока пропорционален количеству поваленного им леса. Найдите равновесия Нэша при лесоповале, если выигрыш игрока равен одной n -й доле общего количества поваленного леса.

3. ``Пожертвование". Два игрока --- главы, скажем, образовательных учреждений --- разговаривают с меценатом. Он предлагает пожертвовать одну копейку первому учреждению; если первый игрок отказывается --- предлагает пожертвовать две копейки второму учреждению; затем четыре копейки первому, и так далее. Когда он хочет предложить сумму больше миллиарда рублей, он её просто жертвует тому учреждению, которому предложил бы её по очереди. Игроки хотят получить максимальное пожертвование, каждый --- для своего учреждения. Какие в этой игре равновесия? Совершенные на подыграх равновесия?

4. ``Повторяемая дилемма заключённых". Пусть два игрока играют в дилемму заключённых бесконечно много раз подряд, причём каждый раз ставки падают на 1 процент. Докажите, что в ней есть равновесие Нэша, совершенное на подыграх, при розыгрыше которого оба игрока всегда помогают друг другу.

Можно ли достичь того же результата путём конечного многократного повторения фиксированное число раз?

5. ``Делёж рынка". Есть две фирмы --- лидер и преследователь. Каждый может производить продукцию за a рублей за единицу. Есть предельная цена, которую кто-либо готов платить, M рублей. Каждый выбирает объём производства в штуках, после чего весь товар расходуется по цене $M - Q$, где Q --- суммарное производство. Каждая фирма хочет максимизировать свою прибыль.

Найти равновесия Нэша, если издержки равны, а объём производства выбирается одновременно. Хуже или лучше для преследователя, если он знает объём производства лидера, выбирая свой?

6. ``Встреча на отрезке". Два игрока живут в местах, равновероятно распределённых среди целых

точек отрезка $[0; 5]$. Они сообщают друг другу, где они якобы живут, и встречаются посередине. Каждый хочет встречаться поближе к дому.

Найти равновесия Нэша.

Можете ли Вы изменить правило определения места встречи так, чтобы было равновесие, где игроки на самом деле встречаются посередине? Такое, чтобы они говорили правду?