

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ТОПОЛОГИИ ТРЕХМЕРНЫХ МНОГООБРАЗИЙ

спецкурс проф. А. Б. Скопенкова для 2-4 курсов

Аннотация. На спецкурсе будут разбираться классические проблемы топологии трехмерных многообразий — проблемы гомеоморфизма, вложимости и заузливания. Этими проблемами математики активно занимаются и сейчас. На примере изучения этих проблем будут продемонстрированы важные методы алгебраической и геометрической топологии. Из огромного количества результатов по этим проблемам выбраны те, которые дают полную классификацию (в легко вычисляемых терминах).

Программа.

1. Три классические проблемы топологии. Гипотеза Пуанкаре. Примеры 3-многообразий. Хирургия Дена. Сфера Пуанкаре.

2.* Псевдошары и гипотеза Пуанкаре. Сдавливание, регулярные окрестности, дом Бинга. Шутовской колпак и четырехмерный псевдошар Мазура.

3. Проблема характеристики фундаментальных групп 3-многообразий. Линзовые пространства. Негомеоморфные линзовые пространства с изоморфными фундаментальными группами.

4. Лемма Дена, теорема о сфере и асферичность узлов.

5. Геометрическое видение гомологических последовательностей пары, Майера-Виеториса и двойственности Александера. Невложимость 3-многообразий в R^4 . Вложимость любого 3-многообразия в R^5 .

6. Изотопия, объемлемая изотопия и конкордантность узлов. Коэффициент зацепления и его неполнота.

7. Классификация трехмерных зацеплений в R^7 . Коэффициент зацепления.

8. Теорема Зимана о кусочно-линейной незаузленности трехмерной сферы в R^6 . Классификация трехмерных узлов и зацеплений в R^6 . Многомерные кольца Борромео, зацепление Уайтхеда и трилистник Хефлигера.

9. Изотопность вложений связных 3-многообразий в R^7 . Примеры неизотопных вложений трехмерного тора в R^6 . Инвариант Уитни.

10. Классификация вложений проколотых 3-многообразий в R^5 . Многомерная теорема Александера о торе. Классификация вложений некоторых 3-многообразий в R^4 . Проблема Шенфлиса.

Литература.

R. Kirby, The topology of 4-manifolds, Lecture Notes in Math. 1374, (1989).

С. В. Матвеев, Алгоритмические методы в трехмерной топологии.

A. Skopenkov, Embedding and knotting of manifolds in Euclidean spaces, in: Surveys in Contemporary Mathematics, Ed. N. Young and Y. Choi London Math. Soc. Lect. Notes, 347 (2008) 248–342. <http://arxiv.org/abs/math.GT/0604045>.

А. Скопенков, Алгебраическая топология с геометрической точки зрения, Москва, МЦНМО, в печати, <http://www.mccme.ru/circles/oim/obstruct.pdf>.