# Задачник

(составитель А. Я. Канель-Белов)

## Условия задач

В этом разделе вниманию читателей предлагается подборка задач разной степени сложности, в основном трудных. Надеемся, что эти задачи окажутся интересными для читателей «Математического просвещения», в том числе для сильных школьников, интересующихся математикой.

Мы обращаемся с просьбой ко всем читателям, имеющим собственные подборки таких задач, присылать их в редакцию. Мы с удовольствием будем публиковать свежие авторские задачи.

В скобках после условия задачи указывается автор (уточнения со стороны читателей приветствуются).

1. Найдите предел $\lim\limits_{t\to 1-0}\sqrt{1-t}\left(\sum\limits_{k=0}^{\infty} t^{k^2}\right)$. (*Фольклор*)

2. а) Один из игроков рисует на плоскости выпуклый $n$-угольник и записывает координаты некоторой точки. Второй проводит произвольную прямую, а первый сообщает, с какой стороны от неё расположена точка. Какое наименьшее число прямых всегда достаточно, чтобы определить, внутри или снаружи многоугольника находится точка? (*Фольклор*)

   б) (Задача на исследование.) Аналогичный вопрос для правильных многогранников в высших размерностях, в частности для кубов. (*Фольклор*)

3. Пусть $n$ — натуральное число, $p$ — простое число. Докажите, что число способов представить $n$ в виде суммы нескольких натуральных чисел,

идущих в порядке невозрастания и не делящихся на $p$, равно числу способов представить $n$ в виде суммы натуральных чисел, среди которых нет $p$ одинаковых. (*А. Я. Канель-Белов*)

4. Пусть $k+2$ точечных птичек в многомерном аффинном пространстве движутся прямолинейно и равномерно. Докажите, что если все эти птички $k+2$ раза оказались в некотором (не обязательно одном и том же) аффинном подпространстве размерности $k$, то они всё время находятся в некотором (переменном) аффинном подпространстве размерности $k$. (*А. Я. Канель-Белов*)

5. Даны коника Γ и её хорда $AB$. Найдите геометрическое место ортоцентров вписанных в Γ треугольников $ABC$. (*А. А. Заславский, А. И. Сгибнев*)

6. Две фигуры на плоскости называются *равносоставленными*, если одну из них можно *перекроить* в другую. Это означает, что фигуру можно разрезать на конечное число частей, из которых можно сложить вторую фигуру (части можно параллельно переносить и поворачивать, но не переворачивать на другую сторону). Если это можно сделать, перенося части параллельно самим себе, но не поворачивая, то фигуры называются *T-равносоставленными*. Для пространственных тел определения аналогичны.

   а) Даны два многоугольника на плоскости (не обязательно выпуклых). При каком условии они $T$-равносоставлены? (*Фольклор*)

   б) Докажите, что любые два параллелепипеда одинакового объёма $T$-равносоставлены. (*Г. Хадвигер*)

   в) Даны две фигуры на плоскости, их границы — участки окружностей и отрезки. При каком условии эти фигуры равносоставлены? Тот же вопрос, когда к частям фигур можно дополнительно применять гомотетии. (*Фольклор*)

   г) Можно ли круг перекроить в выпуклую фигуру, отличную от круга? Можно ли две выпуклые фигуры, чьи границы состоят из участков окружностей, перекроить в одну? (*И. А. Иванов-Погодаев*)

7. Пусть $t, p$ — натуральные числа. Несколько ящиков вместе весят $t$ тонн, причём каждый из них весит не более одной тонны. Какого количества $p$-тонных грузовиков заведомо достаточно, чтобы увезти весь этот груз? (*Фольклор*)

8. Пусть 2019 точек случайно, независимо и равномерно распределены на единичном диске $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leqslant 1\}$, и пусть $C$ есть их выпуклая оболочка. Какая вероятность больше: что $C$ — треугольник или что $C$ — четырёхугольник? (*Ф. В. Петров*)

9. Пусть $X$ — множество бесконечных последовательностей $(a_0, a_1, \ldots)$, состоящих из целых чисел. Функции $f : X \to \mathbb{Z}$, удовлетворяющие при всех $x, y \in X$ равенству $f(x + y) = f(x) + f(y)$, назовём *аддитивными* (в множестве $X$ сложение покоординатное). Последовательность из $X$, в которой лишь конечное число ненулевых членов, назовём *финитной*.

   а) Пусть аддитивная функция $f$ равна нулю на всех финитных последовательностях. Обязательно ли она равна нулю на всём $X$? (*Фольклор*)

   б) Докажите, что аддитивных функций $f : X \to \mathbb{Z}$ счётное количество. (*Э. Шпекер*)

10. Вектор с полиномиальными координатами $\vec{v} = (P_1, \ldots, P_k)$ называется *унимодулярным*, если для некоторых многочленов $Q_1, \ldots, Q_k$ выполняется равенство $\sum_{i=1}^{k} P_i Q_i = 1$. Пусть все $P_i$ — многочлены от $k-1$ переменной. Докажите, что существует обратимая матрица $A$ над кольцом многочленов (т. е. $A^{-1}$ — тоже матрица над кольцом многочленов) такая, что $\vec{v} \cdot A = (1, 0, \ldots, 0)$. (*В. А. Артамонов, А. Я. Канель-Белов*)

11. а) Для какого минимального числа отмеченных целых точек на плоскости наверняка найдётся треугольник с отмеченными вершинами, центр тяжести которого — целая точка?

    При каком наименьшем $M(k)$ можно из любых $M(k)$ целых точек выбрать $k$, центр тяжести которых — тоже целая точка? (*В. А. Сендеров*)

    б) Докажите, что среди любых $2n - 1$ целых чисел можно выбрать $n$, сумма которых делится на $n$. (*Теорема Эрдёша — Гинзбурга — Зива*)

    в) Докажите, что существует константа $C > 0$ такая, что для любого простого числа $p$ выполнено следующее. В любой последовательности из хотя бы $C \cdot p$ элементов группы $\mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p$ найдётся подпоследовательность, состоящая из ровно $p$ элементов, сумма которых равна нулю. (*Н. Алон, М. Дубинер*)

12. Найдите все решения уравнения Пелля для многочленов с комплексными коэффициентами: а) $x^2 - (d^2 - 1)y^2 = z^2$; б) $x^2 - Dy^2 = z^2$. (*А. Я. Канель-Белов*)

## Уточнение к задаче 7.5б

Приводим уточнённое условие задачи 7.5б («Математическое просвещение», сер. 3, вып. 7, с. 187):

Задача 7.5. б) На плоскости отмечено несколько точек. Если окружность или прямая проходит через три отмеченные, то она проходит и через четвёртую. Докажите, что все отмеченные точки лежат на одной окружности или прямой.

## Дополнение к задачнику

Хорошая задача ценна своими связями. Наиболее содержательные из них открывают новые сюжеты и темы, в рамках которых возникают новые задачи, открываются новые грани. Именно поэтому их решение обогащает и оказывается столь полезным, помимо чисто интеллектуальной тренировки.

Эстетическое чувство позволяет ощутить богатство связей и *естественность* задачи. Оно важно в том числе и поэтому. Значение математика определяется произведением его «пробивной силы» на эстетическое чувство (впрочем, эти две вещи взаимозависимы).

Публикуем очередные дополнения к задачам.

В выпуске 3 (с. 233) опубликована

Задача 3.5. Дан произвольный многочлен с комплексными коэффициентами. Докажите, что корни его производной лежат внутри выпуклой оболочки корней самого многочлена. (*Теорема Гаусса — Люка*)

Её решение см. выпуск 18, с. 262. Ей родственна

Задача 3.5$'$. *Все корни многочлена лежат строго внутри некоторой полуплоскости, граница которой проходит через начало координат. Докажите, что все его коэффициенты не могут быть одновременно целыми.*

(*Фольклор*)

В выпуске 11 (с. 163) опубликована

Задача 11.7. Рассмотрим множество непрерывных функций на отрезке $[0, 2n]$, таких, что $F(0) = 0$ и на любом интервале $(k, k+1)$, $k \in \mathbb{Z}$, производная равна $\pm 1$.

а) Каких функций больше: неотрицательных или таких, что $f(2n) = 0$?

б) Как подсчитать число функций, таких, что $-n/k < f(x) < n/k$?

(*А. Я. Белов*)

Ей родственна

Задача 11.7′. *Докажите, что*

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \ldots + \binom{n}{n^2} = \binom{2n}{n}. \qquad (\textit{Фольклор})$$

Также в выпуске 11 (с. 164) опубликована следующая

Задача 11.11. Дано $2n+1$ грузов попарно различной массы и чашечные весы без гирь. Докажите, что за $100n$ взвешиваний можно найти *медиану* (т. е. средний по массе груз). (*Фольклор*)

Её решение содержится в статье А. С. Малистова «О поиске медианы массива за линейное время» («Математическое просвещение», сер. 3, вып. 21, М.: МЦНМО, 2017, с. 265–270). С этой задачей связана

Задача 11.11′. *Дано $n$ грузов попарно различной массы и чашечные весы без гирь. На каждую чашку можно класть только одну гирю. Какое минимальное число взвешиваний требуется для упорядочения грузов по массе? Постарайтесь получить как можно более точные ответы для различных $n$.* (*Фольклор*)

В выпуске 13 (с. 179) опубликована

Задача 13.3. Известно, что для любой последовательности $\{a_i\}_{i=1}^{\infty}$ такой, что $\sum_{i=1}^{\infty} a_i^2 < \infty$, имеем $\sum_{i=1}^{\infty} a_i b_i < \infty$. Докажите, что $\sum_{i=1}^{\infty} b_i^2 < \infty$. (*А. Я. Белов*)

Её решение см. выпуск 15, с. 237. Ей родственна

Задача 13.3′. *Известно, что $\sum_{i=1}^{\infty} a_i < \infty$, $a_i > 0$. Пусть $s_j = \sum_{i=1}^{j} a_i$. Докажите, что тогда $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{s_i} < \infty$.* (*Фольклор*)

В выпуске 14 (с. 273) опубликована

Задача 14.9. Докажите, что при игре «Жизнь»

а) в квадрате $2010 \times 2010$;

б) на бесконечной плоскости найдётся конфигурация без прообраза.

(Конвеевская игра «Жизнь» заключается в следующем: в некоторых клетках решётки стоит по фишке, а некоторые клетки пустые. Фишка, имеющая меньше двух соседей, умирает от одиночества, а имеющая больше трёх соседей — от перенаселённости. На пустом поле, имеющем три соседние фишки, рождается новая фишка. Клетки соседствуют по общим сторонам или общим вершинам. Состояния всех клеток меняются одновременно.) (*Фольклор*)

Её решение см. выпуск 16, с. 237–239.

В связи с игрой «Жизнь» можно поставить вопрос:

Задача 14.9$'$. *Рассмотрим аналог конвеевской игры «Жизнь», при которой нет смерти клеток. Найдтся ли конфигурация, при эволюции которой число клеток стремится к бесконечности*? (*А. Я. Белов*)

В выпуске 15 (с. 232) опубликована

Задача 15.1. Задачи на «устный счёт»:

а) Найдите первую цифру числа $2^{400}$. (*А. Я. Белов*)

б) Найдите $[2^{\sqrt{15}}]$, не пользуясь калькулятором. (*А. В. Спивак*)

в) Что больше: $\sqrt[3]{60}$ или $2+\sqrt[3]{7}$? (*В. А. Сендеров*)

г) Оцените $\int\limits_0^{2\pi} \sin^{100} x\,dx$ с 20 % погрешностью. (*В. И. Арнольд*)

Её решение см. выпуск 23, с. 226–229.

Эта задача (и подобная ей задача 17.2, выпуск 17, с. 196, решение см. выпуск 23, с. 231–232) вызвала заметный интерес у читателей. Этот интерес не случаен. Для успешного решения задач математических олимпиад, в том числе высшего уровня, необходимы в первую очередь общеукрепляющие средства: хорошая проработка школьного материала — как школьной алгебры (культура алгебраических преобразований), так и школьной геометрии. Ухудшение школьного образования привело к проблемам с культурой выкладок, в то время как на кружках дают в основном комбинаторику и геометрию.

Вот аналогичные задачи:

Задача 15.1$'$. а) *Что больше*: $\int\limits_0^{2\pi} e^{\sin^2(x)}\,dx$ *или* $3\pi$?

б) *Найдите интеграл* $\int\limits_0^1 e^x \frac{\sin(x)}{x}\,dx$ *с ошибкой не больше* 0,2.

в) *Вычислите* $\int\limits_0^\infty \frac{e^{-x}\,dx}{100+x}$ *с точностью* $10^{-5}$.

г) *Вычислите* $\int\limits_1^{10} x^x\,dx$ *с относительной погрешностью не более* 1 %. (*Фольклор*)

д) *Что больше*: $\operatorname{arctg}(e)$ *или* $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$? (*Л. Радзивиловский*)

В выпуске 16 (с. 230) опубликована

Задача 16.4. Ограничена ли последовательность $\{a_n\}$, заданная рекуррентно: $a_1=1$, $a_2=x$, $a_{n+1}=(a_{n-1}\cdot a_n-1)/a_{n-1}$, если $1<x<2$? (*К. Н. Игнатьев*)

Её решение см. выпуск 19, с. 260. Ей родственна

Задача 16.4$'$. *Пусть* $\operatorname{im}(x_0) \neq 0$, $x_{n+1} = x_n^2 - 2$. *Докажите, что*

$$\lim_{n\to\infty} |x_n| = \infty.$$ (*Фольклор*)

В выпуске 17 (с. 97) опубликована

Задача 17.9. Имеется $2^n - 1$ коробок. В коробке первой величины содержатся две коробки второй величины. В каждой из $2^{k-1}$ коробок $k$-ой величины содержатся по две коробки $(k+1)$-ой величины. В коробках последней $n$-ой величины лежит по одной монете. За один ход разрешается в одной из коробок любой величины перевернуть все монеты. Доказать, что за $[n/2]+1$ ходов можно уравнять число монет, лежащих орлом вверх и орлом вниз. Можно ли улучшить эту оценку? (*А. Я. Белов*)

Её решение см. выпуск 25, с. 182–185. Задача допускает обобщение:

Задача 17.9$'$ (на исследование). а) *Оцените число операций, требуемых для уравнивания, если в каждой бóльшей коробке лежит* $2k$ *мéньших коробок следующего уровня.*

б) *В условиях задачи* 17.9 *найдите минимальное количество операций, позволяющее сделать отношение количеств орлов и решек равным* $p : q$, *где* $2^{n-1}$ *делится на* $p + q$.

в) *Естественно поставить вопрос, когда вместо орла или решки на самом нижнем уровне стоит элемент группы* $\mathbb{Z}_n$, *а операция состоит в добавлении единицы ко всем таким элементам, попавшим в коробку. При этом в каждой коробке лежит по* $n$ *коробок следующего уровня иерархии.*
(*А. Я. Белов*)

В выпуске 18 (с. 256) опубликована

Задача 18.3. а) Пусть $\Pi$ — $d$-мерный параллелепипед. Найдите сумму количеств граней параллелепипеда $\Pi$ всех возможных размерностей:

$$\begin{gathered}(\text{число вершин}) + (\text{число рёбер}) + (\text{число двумерных граней}) + \\ + (\text{число трёхмерных граней}) + \ldots + (\text{число } (d-1)\text{-мерных граней}).\end{gathered}$$

Ответ дайте в замкнутой форме (без знаков суммирования, индексов и т. п.).

б) $d$-Мерный параллелепипед $\Pi$ («дом») с размером $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_d$ разделён гиперплоскостями, параллельными его рёбрам, на единичные кубики («квартиры»). У каждой квартиры имеются вершины, одномерные рёбра, а также грани всех остальных размерностей, начиная с двумерных и кончая $(d-1)$-мерными, — назовём их все «стенками» (размерностей $k = 0, 1, 2, \ldots, d-1$). Стенка, общая для двух или большего числа квартир, считается за одну. Найдите сумму количеств всех стенок у всех квартир дома П. Ответ дайте в замкнутой форме (без знаков суммирования, индексов и т. п.). (*Г. А. Гальперин*)

Ниже задача того же автора на родственную тему.

Задача 18.3′. *Рассмотрим множество всех выпуклых многогранников в $\mathbb{R}^3$. Обозначим через $v$, $e$, $f$ число вершин, рёбер и граней у одного многогранника и устремим к бесконечности число вершин $v$ (тогда и остальные два числа, $e$ и $f$, тоже будут стремиться к бесконечности). Докажите, что из отрезков с целочисленными длинами $v$, $e$, $f$ можно построить треугольник, и определите, к чему стремится наибольший угол этого треугольника при $v \to \infty$, если этот треугольник построен*

а) *на евклидовой плоскости*;

б) *на плоскости Лобачевского.* (*Г. А. Гальперин*)

В выпуске 19 (с. 257) опубликована

Задача 19.3. Решите уравнения

$$\text{а) } x^2 + y^2 = (x+1)^3; \quad \text{б) } x^2 + xy + 2y^2 = (y+1)^3$$

в целых числах. (*Н. Н. Осипов*)

Её решение см. выпуск 20, с. 265–267. Вот новая задача того же автора.

Задача 19.3′. а) *Докажите, что уравнение $(y^2 - 2x^2)^2 = 2y^2 + x + y$ неразрешимо в натуральных числах $x$, $y$.*

б) *Докажите, что для каждого целого $c \geqslant 4$ уравнение $x(y^2-2x^2)+cx+ + y + 1 = 0$ имеет не больше пяти решений $(x, y)$ в целых числах.*

(*Н. Н. Осипов*)

В выпуске 20 (с. 250) опубликована

Задача 20.4. Последовательность $\{a_n\}$ называется *линейной рекуррентой порядка $k$*, если для некоторых $b_1, \ldots, b_k$ при всех $n \geqslant k$ выполняется равенство $b_0 a_n + b_1 a_{n-1} + \ldots + b_k a_{n-k} = 0$. Пусть $b_0 = 1$, $b_i \in \mathbb{Z}$ при всех $i$. Докажите, что последовательность $\{a_n\}$ либо содержит член, имеющий 2016 различных простых делителей, либо является геометрической прогрессией: $a_n = c \cdot d^n$. (*А. Я. Белов*)

Родственна ей по сюжету

Задача 20.4′. *Докажите, что существует бесконечно много таких натуральных $k$, что при всех натуральных $n$ число $k \cdot 2^n + 1$ — составное.*

(*С. В. Конягин*)

В выпуске 22 (с. 232) опубликована

Задача 22.5в. Существует ли многочлен второй степени от двух переменных, устанавливающий биекцию между точками с целыми координатами и целыми числами? Аналогичный вопрос для пространства.

(*А. Я. Канель-Белов*)

Одним из моментов решения является доказательство следующего факта (настоящий выпуск, с. 284): если целые числа $X$, $Y$ принадлежат данным арифметическим прогрессиям, $K$ — фиксированное целое число, то уравнение $XY = K$ может иметь сколь угодно много решений. Следующая задача родственна этому утверждению.

Задача 22.5$'$. *Пусть $k$ — фиксированное целое число. Назовём целое число хорошим, если оно даёт остаток* 1 *при делении на $k$. Назовём число отличным, если оно хорошее и не разлагается в произведение двух или более хороших чисел. Докажите, что найдётся хорошее число, разлагающееся в произведение отличных более чем* 2020 *способами.* (*В.А.Сендеров*)

В выпуске 25 (с. 167) опубликована

Задача 25.2. Известно, что числа $x_1, \ldots, x_N$ удовлетворяют неравенствам: $x_1 + x_2 \geqslant 1$, $x_2 + x_3 \geqslant 2$, …, $x_N + x_1 \geqslant N$. Найдите минимум суммы $S = x_1 + \ldots + x_N$, если а) $N = 2019$; б) $N = 2020$. (*Фольклор*)

В решении следующих задач используется тот же метод «линейного варьирования».

Задача 25.2$'$. *При какой максимальной высоте может не обрушиться стенка из $n$ кирпичей?*

*Кирпичи считаются двумерными (они имеют ненулевую длину и высоту, но нулевую ширину). Все кирпичи одинаковы. Кирпичи можно класть друг на друга (так что один может выступать над другим в длину). На каждый кирпич можно положить только один (на который, в свою очередь, можно положить ещё один, и т. д.).* (*Фольклор*)

В общем случае (когда на земле лежит один кирпич, но на каждый кирпич можно класть сколько угодно) ответ неизвестен. Было бы интересно получить асимптотику.

Задача 25.2$''$. Пусть $a_1, a_2, \ldots, a_n, m$ — вещественнные числа. Число $a_k$ назовём $m$-лидером, если для некоторого $t$, $1 \leqslant t \leqslant m$, имеем

$$a_k + a_{k+1} + \ldots + a_{k+t-1} \geqslant 0.$$

Докажите, что сумма всех $m$-лидеров неотрицательна. (*Фольклор*)

В настоящем выпуске (с. 266) опубликована задача 6 о разрезаниях. В задачах такого рода естественно поставить вопрос о минимальном числе кусков при перекройке:

Задача 26.6$'$. а) *Оцените минимальное число частей, из которых можно сложить как куб, так и заданный параллелепипед.* (*Части можно параллельно переносить, но не поворачивать*).

б) *Можно ли правильный миллиардугольник разрезать на миллион частей, из которых потом можно сложить квадрат*? *Разрезы делаются ломаными линиями.* (*А. Я. Канель-Белов*)

В настоящем выпуске (с. 267) опубликована также задача 12 об уравнении Пелля в кольце многочленов. К ней близка по тематике недостаточно известная, но методически очень полезная

Задача 26.12$'$. а) *Докажите, что уравнение Ферма $P^n+Q^n=R^n$ не имеет нетривиальных решений в кольце многочленов с комплексными коэффициентами.*

б) (Гипотеза abc для многочленов.) *Пусть многочлены $f, g, h \neq \mathrm{const} \in \mathbb{C}[x]$ таковы, что $f+g=h$,* НОД$(f, g, h)=1$. *Докажите, что*

$$\max\{\deg(f), \deg(g), \deg(h)\} < n(fgh),$$

*где $n(p)$ есть число различных комплексных корней многочлена $p \in \mathbb{C}[x]$.* (*Фольклор*)

На международной студенческой олимпиаде в 2019 г. было предложено решить уравнения в матрицах:

Задача 26.12$''$. а) *Найдите все натуральные $n$, для которых найдутся обратимые матрицы $A$ и $B$ размера $n$ с вещественными коэффициентами такие, что $AB-BA=B^2A$.* (*К. Керьян*)

б) *Существуют ли нечётное натуральное $n$ и целочисленные матрицы $A, B$ порядка $n$, для которых выполнена следующая система уравнений* (*где $E$ — единичная матрица*)?

$$\begin{cases} \det(B)=1, \\ AB=BA, \\ A^4+4A^2B^2+16B^4=2019E. \end{cases}$$

(*О. Иброгимов*)

Продолжая подборку предыдущего выпуска, приводим ещё несколько фольклорных задач.

Ф1 Рассмотрим игру Го: двое по очереди ставят свои фишки в узлы клетчатой решётки. Соединять узлы можно при соблюдении следующих условий:

- узлы соседние (в том числе по диагонали);
- так, чтобы возникла замкнутая ломаная;
- так, чтобы не пересекать уже имеющиеся соединения противника.

Цель игры — окружить как можно больше фишек противника.
Изначально стоит бесконечная горизонтальная линия синих фишек.
Докажите, что синие выиграют.

Ф2 Пусть $x_i$, $i = 0, 1, \ldots, n$, — попарно различные натуральные числа, при этом $x_0, x_1 < \ldots < x_n$. Докажите неравенство:

$$\frac{\sqrt{x_1 - x_0}}{x_1} + \frac{\sqrt{x_2 - x_1}}{x_2} + \ldots + \frac{\sqrt{x_n - x_{n-1}}}{x_n} + \leqslant \sum_{j=1}^{n^2} \frac{1}{j}.$$

Ф3 Дан $n$-мерный тетраэдр единичного объёма. Его вершины отражаются друг относительно друга, а затем берётся выпуклая оболочка получившегося множества. С полученным многогранником выполняется аналогичная операция, и т. д. Найдите объём тела, получившегося после $k$ операций.

Ф4 Стороны $n$-гранника ($n$-вершинника) равны единице. Оцените его объём.

Ф5 Разрешается заменить вектор на противоположный. Докажите, что существует $A(n)$ такое, что для любого набора векторов длины не больше 1 можно добиться того, чтобы длина суммы не превосходила $A(n)$.

Ф6 Оцените объём тела диаметра 1.