

## ОТЧЕТ ЗА 2013 ГОД

Евгений Фейгин

### 1. РЕЗУЛЬТАТЫ

В 2013 году мы продолжили изучение вырожденных по Пуанкаре-Биркгофу-Витту представлений простых алгебр Ли и соответствующих им многообразий флагов. Основная отличительная черта рассматриваемых нами представлений заключается в том, что они являются циклическими модулями для абелевой алгебры Ли и, значит, могут быть отождествлены с факторами кольца полиномов по идеалу соотношений. Один из результатов, полученных нами в этом году (совместно с П.Литтелманном и Д.Фурье), заключается в описании идеалов соотношений и мономиальных базисов для вырожденных представлений простых алгебр типов А и С над полями произвольной характеристики. Кроме того в совместной работе с И.Чередником нами была изучена экстремальная часть вырожденных представлений и установлена связь с несимметрическими полиномами Макдональда. Точнее, были получены явные формулы для ПБВ градуировки экстремальных векторов, соответствующих элементам группы Вейля, в представлениях простых алгебр Ли. Была доказана аддитивность градуировки как функции старшего веса.

В классической теории представлений очень важную роль играют обобщённые многообразия флагов. Это широкий класс проективных алгебраических многообразий, включающий в себя классические многообразия, такие как грассманианы и классические многообразия флагов. В ПБВ вырожденной теории также оказывается возможным и продуктивным рассмотреть аналогов обобщённых многообразий флагов. Это позволяет определить новый класс многообразий и изучать их с помощью аппарата теории Ли и алгебраической геометрии. В частности, в совместной работе с М.Финкельбергом доказан аналог теоремы Бореля-Вейля для вырожденных многообразий флагов для групп Ли типа А. При этом приведена конструкция разрешения особенностей. Оказалось, что эта конструкция имеет важные обобщения в теории колчанных грассманианов. В серии работ (совместно с Д.Черулли Ирелли и М.Райнеке) мы построили разрешение особенностей для произвольных колчанных грассманианов для колчанов Дынкина и использовали эту конструкция для изучения алгебр Леклерка-Эрнандеса.

**1.1. Подведение итогов.** За три года выполнения проекта нам удалось частично реализовать поставленные задачи. В частности, мы получили разнообразные результаты о структуре ПБВ вырожденных представлений простых алгебр Ли и соответствующих многообразий флагов. Мы также получили приложения в комбинаторике и алгебраической геометрии. В частности, получена формула для  $q$ -чисел Дженокки и построено разрешение особенностей для колчанных грассманианов для колчанов Дынкина. Нам не удалось получить общее описание вырожденных представлений и многообразий флагов для всех простых (или аффинных) алгебр Ли.

## 2. СТАТЬИ

Feigin E., Finkelberg M. V. Degenerate flag varieties of type A: Frobenius splitting and BW theorem // *Mathematische Zeitschrift*. 2013. Vol. 275. No. 1-2. P. 55–77.

Feigin E., Cherulli Irelli G., Reineke M. Degenerate flag varieties: moment graphs and Schroeder numbers // *Journal of Algebraic Combinatorics*. 2013. Vol. 38. No. 1. P. 159–189.

Feigin E., Cherulli Irelli G., Reineke M. Desingularization of quiver Grassmannians for Dynkin quivers // *Advances in Mathematics*. 2013. No. 245. P. 182-207.

Feigin E., Cherednik I. Extremal part of the PBW-filtration and E-polynomials / arXiv:1306.3146.

Cerulli I., Feigin E., Reineke M. Homological approach to the Hernandez-Leclerc construction and quiver varieties / arxiv:1302.529.

Feigin E., Littelmann P., Fourier G. PBW-filtration over  $\mathbb{Z}$  and Compatible Bases for  $V_{\mathbb{Z}}(\lambda)$  in Type  $A_n$  and  $C_n$ , in: *Symmetries, Integrable Systems and Representations*. Vol. 40: *Symmetries, Integrable Systems and Representations*. Springer, 2013. P.35–63.

## 3. КОНФЕРЕНЦИИ

Рождественские встречи фонда «Династия» Независимому Московскому Университету 20 лет 8.01.2012 - 10.01.2012, Москва.

Research Workshop of Israel Science Foundation on Orbits, Primitive Ideals and Quantum Groups 24.02.2013 - 8.03.2013 Израиль, Реховот.

Representation Theory and applications to Combinatorics, Geometry and Quantum Physics, December 13–19, 2013, Москва.

## 4. РАБОТА В НАУЧНЫХ ЦЕНТРАХ И МЕЖДУНАРОДНЫХ ГРУППАХ

Германия, Кёльн, работа с П.Литтелманном и Д.Фурье.

Германия, Вупперталь, работа с М.Райнеке и Д.Черулли Ирелли.

### 5. ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

Лекции: Группы и алгебры Ли, бакалавриат НИУ ВШЭ. Семинары: Алгебра, бакалавриат НИУ ВШЭ. Научное руководство студентами на факультете математики НИУВШЭ.