

ГРУППЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ АФФИННЫХ МНОГООБРАЗИЙ

КАРИНЭ КУЮМЖИЯН

1. РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В ЭТОМ ГОДУ

Пусть G — классическая алгебраическая группа, то есть одна из $SL(n)$, $SP(n)$ и $SO(n)$. Пусть $T \subseteq G$ — максимальный тор, в случае $SL(n)$ это будет просто множество всех диагональных матриц. Ранее мной был исследован следующий вопрос: когда в простом модуле группы G замыкания всех орбит максимального тора нормальны? Ответ на этот алгебро-геометрический вопрос можно дать в терминах старшего веса модуля, а доказательство имеет комбинаторный характер. В нём используется следующий критерий: замыкание орбиты тора нормально тогда и только тогда, когда соответствующее множество весов насыщено, то есть в конусе, натянутом на это множество весов, нет "дыр".

В этом году мы с И. Богдановым решили аналогичную задачу для исключительных групп. Но, если для классических групп список таких модулей был довольно обширен, то среди модулей исключительных групп только два удовлетворяют этому условию: это случаи F_4 и G_2 , первые фундаментальные представления.

Во всех доказательствах используется язык систем корней и их решёток корней и весов. Технически случай исключительных систем корней сложнее тем, что для заданного старшего веса множество всех весов представления можно задать формулой, но это не будет являться наглядным описанием. В процессе решения задачи использовалась программа Lie. В доказательстве использовались методы, похожие на методы для классических систем корней, в частности, соображения о вложенных множествах весов, унимодулярные и почти унимодулярные множества и разделяющие функции. Также, так как описания множеств весов очень сложны, во многих случаях требовалось применять отражения и строить элементы множеств весов. Данный результат изложен в препринте [1].

Также в рамках данного проекта исследовано свойство бесконечной транзитивности и гибкости для различных классов аффинных алгебраических многообразий. Действие группы G на множестве $A = A^1 \sqcup A^2 \sqcup \dots \sqcup A^s$ называется *покомпонентно бесконечно транзитивным*, если для каждой s -ки (m_1, \dots, m_s) данное действие транзитивно на $(m_1 + \dots + m_s)$ -ках формы $(a_1^1, \dots, a_{m_1}^1, a_1^2, \dots, a_{m_2}^2, \dots, a_1^s, \dots, a_{m_s}^s)$, где $a_j^i \in A^i$. Нами (мной и Ф. Мангольтом) была доказана следующая теорема для несвязных надстроек над полем вещественных чисел.

Пусть Y — аффинное алгебраическое многообразие над полем \mathbb{R} , и $f \in \mathbb{R}[Y]$. Предположим, что для каждой компоненты связности Y^i множества Y_{reg} выполняются следующие свойства: $\dim Y^i \geq 2$ и f непостоянна на Y^i . Если Y является гибким и действие $\text{SAut}(Y)$ на Y_{reg} покомпонентно бесконечно транзитивно, то надстройка $X = \text{Susp}(Y, f)$ является гибкой и действие $\text{SAut}(X)$ на X_{reg} покомпонентно бесконечно транзитивно.

Это обобщает результаты для связных надстроек и для надстроек над \mathbb{C} , полученные ранее. Для этого использовалось описание унипотентных однопараметрических подгрупп как экспонент локально нильпотентных дифференцирований. Данная теорема доказана в препринте [2].

В этом году я защитила диссертацию, эквивалентную PhD, в Институте Фурье, Гренобль. Научные руководители — И.В. Аржанцев и М.Г. Зайденберг.

2. СТАТЬИ И ПРЕПРИНТЫ

- [1] I. Bogdanov, K. Kuyumzhiyan, Simple modules of exceptional linear groups with normal closures of maximal torus orbits. arXiv:1105.4577
- [2] K. Kuyumzhiyan, F. Mangolte, Very transitive actions on real affine suspensions. arXiv:1012.1961

3. УЧАСТИЕ В КОНФЕРЕНЦИЯХ И ШКОЛАХ

- Школа-конференция "Torsors: theory and applications", Эдинбург, январь 2011
- Школа-конференция "Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов", Москва, январь-февраль 2011
Доклад: "Аффинные надстройки и бесконечная транзитивность"
- Конференция "Real and complex affine algebraic geometry", Анже, Франция, март 2011
Доклад: "Infinitely transitive actions on real affine suspensions"
- Весенняя школа "Flag Varieties", CIRM, Марсель, Франция, май 2011
- Конференция "Journées de Géométrie Algébrique Affine", Гренобль, Франция, май 2011
Доклад-защита диссертации: "Actions de groupes algébriques sur des variétés affines et la normalité d'adhérences d'orbites"
- Summer school "Moduli of curves and Gromov-Witten theory", Institut Fourier, Grenoble, France, June-July 2011
- Universität Tübingen, Germany, July 2011
Talk: "Infinite transitivity and flexibility for affine toric varieties"
- Летняя конференция Турнира Городов, Белорецк, Россия, август 2011
Совместно с И. Шнурниковым была представлена задача "Наборы прямых на плоскости"
- Международная конференция по алгебре и геометрии, Екатеринбург, август 2011
Доклад: "Infinite transitivity of automorphisms groups actions on varieties"
- Высшая школа экономики, Лаборатория алгебраической геометрии и её приложений, Москва, октябрь 2011
Доклад: "Многообразия с бесконечно транзитивным действием группы специальных автоморфизмов"
- Школа "Affine Algebraic Geometry and Group Actions", Исследовательский институт, Обервольфах, Германия, ноябрь 2011

4. РАБОТА В НАУЧНЫХ ЦЕНТРАХ И МЕЖДУНАРОДНЫХ ГРУППАХ

- группа "Аutomorphisms of affine spaces" (Гренобль, Дижон, Анже, Базель, Москва, ...)
- CIRM, Марсель, Франция
- Исследовательский институт, Обервольфах, Германия

5. ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

Помогаю вести семинары по алгебре на 1 и 2 курсах в НМУ.