

Through the Looking-Glass

Задача 18.0. Болельщик, огорченный поражением своей команды, спал беспокойно. Ему снилась большая квадратная комната без мебели. В комнате тренировался вратарь. Он ударял футбольный мяч о стену, а затем ловил его.

Вдруг вратарь стал уменьшаться, уменьшаться и, наконец, превратился в маленький шарик для настольного тенниса, а футбольный мяч оказался огромным чугунным шаром. Шар бешено кружился по гладкому полу комнаты, стремясь раздавить маленький шарик. Бедный шарик в отчаянии метался из стороны в сторону, выбиваясь из сил и не имея возможности подпрыгнуть. Мог ли он, не отрываясь от пола, все-таки укрыться где-нибудь от преследований чугунного шара?

Доп. вопрос: при каком соотношении размеров шаров это возможно?

Задача 18.1. На окружности отмечено 1000 синих точек и одна красная точка. Чего больше: треугольников с вершинами в синих точках или четырехугольников, у которых одна вершина красная, а остальные синие?

Задача 18.2. Постройте *соответствие* между двумя играми:

i) Есть жетоны с числами от 1 до 9 (по одному жетону каждого вида). Два игрока по очереди берут по жетону. Если после какого-то хода у игрока нашлось 3 жетона с суммой чисел, равной 15, он выиграл.

ii) Двое играют в крестики-нолики на поле 3×3 .

Задача 18.3. Зазеркальная ладья ходит как обычная, только не может ходить на соседнее поле. Докажите, что зазеркальная ладья может побывать в каждой клетке доски 4×4 ровно по одному разу и вернуться в исходную точку.

Указание: изучите сначала жизнь зазеркальной ладьи на полоске 1×4 .

Задача 18.4. Боря и Миша едут в поезде и считают столбы за окном: «один, два, ...».

Боря не выговаривает букву «Р», поэтому при счете он пропускает числа, в названии которых есть буква «Р», а называет сразу следующее число без буквы «Р». Миша не выговаривает букву «Ш», поэтому пропускает числа с буквой «Ш». У Бори последний столб получил номер «сто». Какой номер этот столб получил у Миши?

Доп. вопрос: как вообще устроено соответствие между номерами у Бори и у Миши?

Задача 18.5. На доске записаны числа $1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots, 1/99$. За одну операцию пара выбранных чисел заменяется на отношение их произведения к их сумме. После нескольких операций на доске осталось одно число. Какое?

Задача 18.6. В каждой вершине графа стоит светофор, который может гореть красным или зелёным. Каждую секунду *каждый* светофор, среди соседних с которым более половины не его цвета, меняет свой цвет. Докажите, что через некоторое время картинка либо перестанет меняться, либо будет меняться с периодом 2 секунды.

Предлагаем желающим поучаствовать
в собеседованиях в спецклассы 57 школы
<https://sch57.ru/admission/2022/>