

Рекуррентные последовательности. Лютня 2-1.

Д.Пермяков

В задачах, где сформулировано рекуррентное уравнение требуется найти формулу для произвольного члена последовательности.

1. a) $x_{n+1} = x_n - x_{n+1}x_n, \quad x_0 = 1.$
b) $x_{n+2} = (n+1)(x_{n+1} + x_n), \quad x_0 = 1, x_1 = 1.$
2. a) $x_{n+1} - 2x_n = 1, \quad x_0 = 0.$
b) $x_{n+1} - 2x_n = 3^n, \quad x_0 = 1.$
c) $x_{n+1} - 2x_n = 3^n + 1, \quad x_0 = 1.$
3. a) $x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = 0, \quad x_0 = 1, x_1 = 1.$
b) $x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = 0, \quad x_0 = 1, x_1 = 2.$
c) $x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = 0, \quad x_0 = 2, x_1 = 3.$
d) $x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = -1, \quad x_0 = 0, x_1 = 0.$
e) $x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = -1, \quad x_0 = 1, x_1 = 2.$
f) $x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = n2^n, \quad x_0 = 1, x_1 = 1.$
g) $x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = n2^n + n^2, \quad x_0 = 1, x_1 = 1.$
4. a) $x_{n+2} - 4x_{n+1} + 3x_n = 0, \quad x_0 = 1, x_1 = 2.$
b) $x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = -3, \quad x_0 = 2, x_1 = 9.$
c) $x_{n+2} - x_{n+1} - x_n = 0, \quad x_0 = 1, x_1 = 1.$
5.
$$\begin{cases} a_{n+1} &= 2a_n + b_n \\ b_{n+1} &= a_n + b_n \\ a_0 = 1, &b_0 = 1 \end{cases}$$
6. Где-то неподалеку растет платан. Долгое время его высота была 1 метр. Но начиная с 2007 года его вырастание по сравнению с предыдущим годом стало каждый год увеличиваться на 0.1 мм. Найдите высоту платана в 3000 году.
7. a) Найдите количество способов выбрать из чисел от 1 до n несколько так, чтобы никакие два выбранных числа не отличались на 1.
b) Найдите количество последовательностей длины n из цифр 0, 1 и 2, чтобы никакие два нуля не стояли рядом и никакие две единицы не стояли рядом.