Графы. Лютня 30-1.

Д.Пермяков

1. Турист, приехавший в Москву на поезде, весь день бродил по городу. Поужинав в кафе на одной из площадей, он решил вернуться на вокзал, и при этом идти только по улицам, по которым он шел до этого нечетное число раз. Докажите, что он всегда сможет это сделать.
2. В некотором обществе любые два знакомых не имеют общих знакомых, а любые два незнакомых имеют ровно двух общих знакомых. Докажите, что в этом обществе все имеют одинаковое число знакомых.
3. Дан граф, степень любой вершины которого не меньше k, где $k \geq 2$. Докажите, что в этом графе найдется простой цикл длины не меньшей, чем $k+1$.
4. У Васи есть несвязный граф. Он всеми возможными способами удалил из этого графа по одной вершине и каждый из полученных графов нарисовал на отдельном листочке бумаге, после чего все листочки отдал Коле. Докажите, что Коля может восстановить исходный граф.
5. Дан двусвязный граф, т.е. связный граф, который при удалении любого своего ребра остается связным. Двое игроков по очереди ставят стрелки на ребрах. Проигрывает игрок, после хода которого от какой-то вершины нельзя добраться до какой-нибудь другой, двигаясь только вдоль стрелок и по ребрам без стрелок. Докажите, что партия закончится вничью.
6. На выборах в городскую Думу каждый избиратель, если он приходит на выборы, отдает голос за себя (если он является кандидатом) и за тех кандидатов, которые являются его друзьями. Прогноз социологической службы мэрии считается *хорошим*, если в нем правильно предсказано количество голосов, поданных хотя бы за одного из кандидатов, и *нехорошим* в противном случае. Докажите, что при любом прогнозе избиратели могут так явиться на выборы, что этот прогноз окажется *нехорошим*.

Графы. Лютня 30-1.

Д.Пермяков

1. Турист, приехавший в Москву на поезде, весь день бродил по городу. Поужинав в кафе на одной из площадей, он решил вернуться на вокзал, и при этом идти только по улицам, по которым он шел до этого нечетное число раз. Докажите, что он всегда сможет это сделать.
2. В некотором обществе любые два знакомых не имеют общих знакомых, а любые два незнакомых имеют ровно двух общих знакомых. Докажите, что в этом обществе все имеют одинаковое число знакомых.
3. Дан граф, степень любой вершины которого не меньше k, где $k \geq 2$. Докажите, что в этом графе найдется простой цикл длины не меньшей, чем $k+1$.
4. У Васи есть несвязный граф. Он всеми возможными способами удалил из этого графа по одной вершине и каждый из полученных графов нарисовал на отдельном листочке бумаге, после чего все листочки отдал Коле. Докажите, что Коля может восстановить исходный граф.
5. Дан двусвязный граф, т.е. связный граф, который при удалении любого своего ребра остается связным. Двое игроков по очереди ставят стрелки на ребрах. Проигрывает игрок, после хода которого от какой-то вершины нельзя добраться до какой-нибудь другой, двигаясь только вдоль стрелок и по ребрам без стрелок. Докажите, что партия закончится вничью.
6. На выборах в городскую Думу каждый избиратель, если он приходит на выборы, отдает голос за себя (если он является кандидатом) и за тех кандидатов, которые являются его друзьями. Прогноз социологической службы мэрии считается *хорошим*, если в нем правильно предсказано количество голосов, поданных хотя бы за одного из кандидатов, и *нехорошим* в противном случае. Докажите, что при любом прогнозе избиратели могут так явиться на выборы, что этот прогноз окажется *нехорошим*.