# Делимость

**Признаки делимости:**

- Число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра чётная.
- Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3.
- Число делится на 4 тогда и только тогда, когда число, составленное его двумя последними цифрами, делится на 4.
- Число делится на 5 тогда и только тогда, когда оно оканчивается на цифру 5 или 0.
- Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.
- Число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается на цифру 0.
- Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммой его цифр, стоящих на чётных местах и суммой его цифр, стоящих на нечётных местах, делится на 11.

**Задача 1**. Делится ли:
а) 123456789 на 9;
б) 12345678900987654321 на 11;
в) 777 на 37?

**Задача 2**. На доске было написано четырёхзначное число, затем у него стёрли последнюю цифру и осталось число 573. Какую цифру стёрли, если исходное число:
а) делилось на 3 и на 7;
б) было простым (то есть не делилось ни на какое натуральное число, кроме себя и единицы)?

**Задача 3**. Верен ли следующий признак делимости на 11: Число делится на 11 тогда и только тогда, когда сумма его цифр, стоящих на чётных местах равна суммеего цифр, стоящих на нечётных местах?

**Задача 4**. Верны ли следующие части «признака делимости на 27»:
а) если сумма цифр числа делится на 27, то число делится на 27;
б) если число делится на 27, то сумма его цифр делится на 27?

**Задача 5**. За какое кратчайшее время можно поджарить с двух сторон 3 ломтика хлеба, если на сковороде умещаются только 2 ломтика, а на поджаривание ломтика с одной стороны требуется 1 минута?

**Задача 6**. Известно, что $3x + 7y$ делится на 19. Доказать, что $44x + 90y$ тоже делится на 19.

**Задача 7**. Сколько существует:
а) двузначных чисел, которые делятся на 5;
б) трёхзначных чисел, которые делятся на 7?

**Задача 8**. У автобусных билетов в СССР были шестизначные номера. Номер считался счастливым, если сумма первых трёх его цифр была равна сумме последних трёх. А каких номеров больше — счастливых или делящихся на 11?

**Задача 9**. У царя Дадона в одиночных камерах сидели 100 пленников. Поворот ручки отпирает каждую камеру, следующий поворот запирает, еще один снова отпирает и т.д. К празднику царь решил освободить часть пленников и накануне послал слугу, который повернул ручку на двери каждой камеры. Все двери оказались отперты. Но тут пришел второй посыльный и повернул ручку каждой второй камеры. Двери камер $2, 4, 6, \ldots$ вновь оказались заперты. Следующий посланец повернул ручки камер $3, 6, 9, 12, \ldots$ Еще один — в каждой четвертой камере. То же повторяли следующие посланцы вплоть до сотого, повернувшего ручку сотой камеры. Наконец наступил праздник, и сидевшие в открытых камерах вышли на свободу. Сколько пленников освободил Дадон?