Принцип Дирихле

Задача 1. шесть школьников съели семь конфет. а) Докажите, что один из них съел не менее двух конфет. б) Верно ли, что кто-то съел ровно две конфеты?

Задача 2. В школе 11 классов по 35 человек. Докажите, что хотя бы у двух учеников в школе день рождения в один и тот же день.

Задача 3. В Москве живут более 13 миллионов человек. У человека на голове не более, чем 3 миллиона волос. Докажите, что в Москве найдутся хотя бы два человека, у которых одинаковое число волос.

Задача 4. В некотором классе учится 30 не очень грамотных учеников. Во время диктанта один ученик сделал 14 ошибок, но зато остальные строго меньше. Докажите, что в классе имеются по крайней мере три ученика, сделавшие в диктанте одинаковое количество ошибок.

Задача 5. Докажите, что среди любых одиннадцати целых чисел найдутся два числа, разность которых делится на 10.

Задача 6. Докажите, что среди чисел вида $1, 11, 111, \ldots$ найдется число, которое делится на 2003.

Задача 7. На клетчатой бумаге отметили 5 точек в узлах сетки. Докажите, что среди них найдутся две точки, такие что середина отрезка, соединяющего их, тоже попадает в узел.