

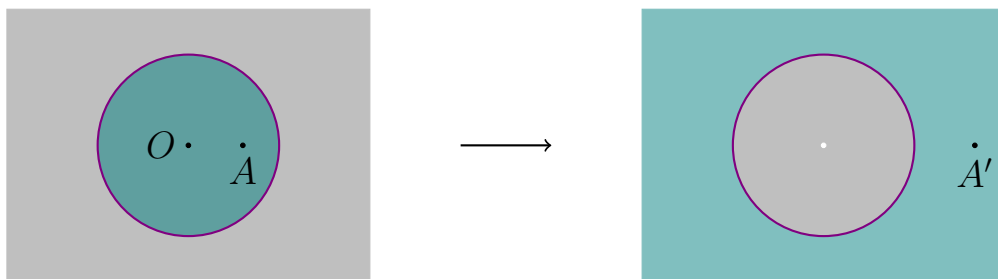
Знакомимся с инверсией

- ▷ *Инверсия* относительно окружности S с центром O и радиусом R — преобразование, ставящее в соответствие точке A такую точку A' на луче OA , что $OA \cdot OA' = R^2$. Окружность S называют *окружностью инверсии*, O — *центром инверсии*, R — *радиусом инверсии*.
- ▷ Удобно рассматривать плоскость, дополненную *бесконечно удалённой точкой* — образом точки O .

Задача 1. Докажите, что при инверсии точка и её образ меняются местами (то есть если точка A перешла в A' , то точка A' при этой же инверсии перейдёт в A).

Задача 2. Докажите, что при инверсии

- точки, расположенные на окружности инверсии, остаются на месте;
- точки, лежащие внутри круга, ограниченного окружностью инверсии, переходят вовне этого круга (и наоборот).



Задача 3. Игорь сделал инверсию с центром в точке O . При этом точка A перешла в точку A' , а точка B — в точку B' . Докажите, что треугольники OAB и $OB'A'$ подобны.

Задача 4. Лев построил прямоугольный треугольник ABC и провёл высоту CH из прямого угла C . Затем он сделал инверсию относительно окружности с центром A и радиусом AC . Найдите образ точки H при этой инверсии.

Задача 5. Постройте образ точки при инверсии с помощью циркуля и линейки (попытайте найти два способа — с помощью задачи 3 или 4).

Задача 6. Докажите, что при инверсии

- прямая, проходящая через точку O , переходит в себя;
- прямая, не проходящая через O , переходит в окружность, проходящую через O .