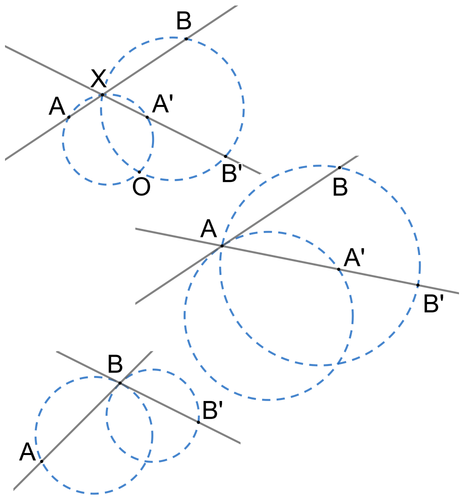
Центр поворотной гомотетии

Центр поворотной гомотетии

- *Композиция* преобразований — это их последовательное применение.
- *Поворотная гомотетия* $H_O^{k,\alpha}$ — композиция гомотетии H_O^k и поворота R_O^α (в любом порядке). Поворотная гомотетия изменяет расстояния в $|k|$ раз, но сохраняет углы.
- Угол между прямой a и её образом a' при поворотной гомотетии равен углу поворота.

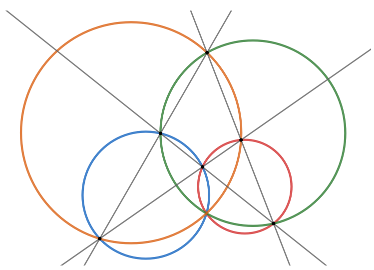


Задача 0. Пусть прямые AB и $A'B'$ пересекаются в точке X. Центр поворотной гомотетии, переводящей точку A в A', а точку B в B', это
а) вторая точка пересечения окружностей, описанных около треугольников XAA' и XBB', если X отлична от A, B, A', B';
б) вторая точка пересечения описанной окружности треугольника ABB' и окружности, проходящей через A' и касащейся AB в точке A, если $X = A$;
в) вторая точка пересечения окружности, проходящей через точку A и касающейся прямой BB' в точке B, и окружности, проходящей через точку B' и касающейся прямой AB в точке B, если $B = A' = X$.

Задача 1. По двум пересекающимся прямым с постоянными скоростями $a \neq b$ движутся точки A и B. Постройте такую точку P, что в любой момент времени $AP : BP = a : b$.

Задача 2. Пятиугольники $ABCDE$ и $AB'C'D'E'$ — правильные. Докажите, что прямые BB', CC', DD' и EE' пересекаются в одной точке.

Задача 3. Докажите, что центр поворотной гомотетии, переводящей отрезок AB в отрезок $A'B'$, совпадает с центром поворотной гомотетии, переводящей отрезок AA' в отрезок BB'.



Задача 4 (точка Микеля). Четыре пересекающиеся прямые образуют четыре треугольника. Докажите, что четыре окружности, описанные около этих треугольников, имеют одну общую точку.