

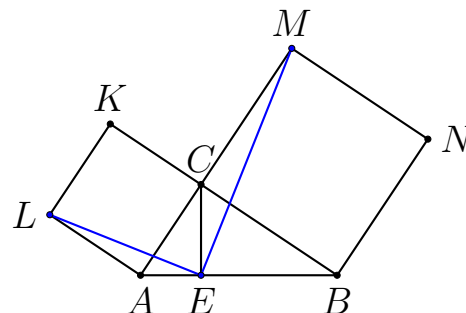
Поворотная гомотетия

Поворотная гомотетия

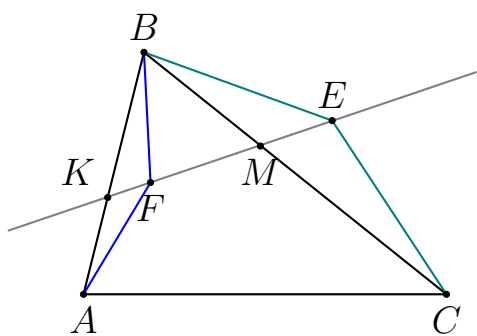
- ▷ *Композиция* преобразований — это их последовательное применение.
- ▷ *Поворотная гомотетия* $H_O^{k,\alpha}$ — композиция гомотетии H_O^k и поворота R_O^α (в любом порядке).
- ▷ Поворотная гомотетия изменяет расстояния в $|k|$ раз, но сохраняет углы.
- ▷ Угол между прямой a и её образом a' при поворотной гомотетии равен углу поворота.

Задача 1. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CK к гипотенузе AB . Докажите, что треугольник BCK можно перевести в треугольник CAK некоторой поворотной гомотетией с центром K . Чему равны коэффициент и угол, если $\angle A = \alpha$?

Задача 2. На катетах прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C вовне построены квадраты $ACKL$ и $BCMN$; CE — высота треугольника. Докажите, что угол LEM прямой.



Задача 3. Дан квадрат $ABCD$. Точки P и Q лежат соответственно на сторонах AB и BC , причём $BP = BQ$. Пусть H — основание перпендикуляра, опущенного из точки B на отрезок PC . Докажите, что $\angle DHQ = 90^\circ$.



Задача 4. На сторонах AB и BC неравнобедренного остроугольного треугольника ABC построены как на основаниях равнобедренные треугольники AFB и BEC с одинаковыми углами при основании (см. рисунок), причём $\angle CAF = \angle ACE$. Прямая FE пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Докажите, что треугольник BKM — равнобедренный.

Задача 5*. В трапеции $ABCD$ диагонали перпендикулярны. Точка M — середина боковой стороны AB , а точка N симметрична центру O описанной окружности треугольника ABD относительно прямой AD . Докажите, что угол CMN прямой.