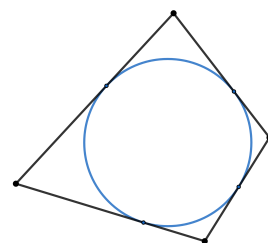


## Описанные четырёхугольники

- ▷ Многоугольник называется *описанным*, если в него можно вписать окружность, т.е., существует окружность, касающаяся каждой из сторон данного многоугольника. Эта окружность называется *вписанной* окружностью данного многоугольника.



Описанные *четырёхугольники* обладают следующими свойствами:

- ▷ суммы длин противоположных сторон равны;
- ▷ биссектрисы углов описанного четырёхугольника пересекаются в одной точке (и это — центр вписанной окружности).

**Задача 1.** Докажите, что если в параллелограмм можно вписать окружность, то этот параллелограмм — ромб.

**Задача 2.** Четырёхугольник  $ABCD$  описан около окружности с центром  $I$ . Докажите, что  $\angle AIB + \angle CID = 180^\circ$ .

**Задача 3.** Четырёхугольник  $ABCD$  — описанный. Лучи  $AB$  и  $DC$  пересекаются в точке  $P$ , а лучи  $BC$  и  $AD$  — в точке  $Q$ . Докажите, что

- а)  $AP + CQ = AQ + CP$ ;  
 б)  $BP + BQ = DP + DQ$ .

**Задача 4.** Четырёхугольник  $ABCD$  таков, что в него можно вписать и около него можно описать окружности; при этом  $AD - BC = AB - CD$ . Докажите, что диагональ  $AC$  является диаметром описанной окружности четырёхугольника  $ABCD$ .

**Задача 5.** Четырёхугольник  $ABCD$  является и вписанным, и описанным. Докажите, что отрезки  $KM$  и  $LN$ , соединяющие точки касания противоположных сторон с вписанной окружностью, перпендикулярны.

