

Признаки параллелограммов

Параллелограмм — четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

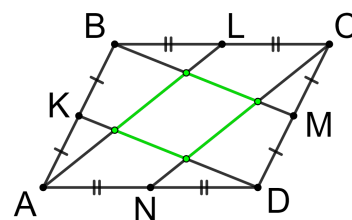
▷ *Признаки* параллелограммов: четырёхугольник является параллелограммом, если

- две его противоположные стороны равны и параллельны;
- его противоположные стороны попарно равны;
- его противоположные углы попарно равны;
- его диагонали в точке пересечения делятся пополам.

Задача 1. В параллелограмме $ABCD$ отмечены середины K , L , M и N сторон AB , BC , CD и DA соответственно.

а) Докажите, что $ALCN$ — параллелограмм.

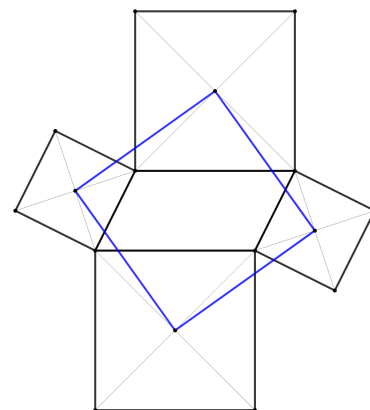
б) Докажите, что четырёхугольник с вершинами в точках пересечения отрезков AL , BM , CN и DK — параллелограмм.



Задача 2. На сторонах AB , BC , CD и DA параллелограмма $ABCD$ отмечены соответственно точки M , N , P и Q так, что $AM = CP$ и $BN = DQ$. Докажите, что $MNPQ$ — параллелограмм.

Задача 3. В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведены высоты BM и BN , а из вершины D — высоты DP и DQ . Докажите, что точки M , N , P и Q являются вершинами прямоугольника.

Задача 4 (Теорема Тебо). На сторонах параллелограмма вне его построены квадраты. Докажите, что их центры также образуют квадрат (см. рис.).



Задача 5. На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отмечены точки E и F соответственно так, что $AE = 2BF$. На луче EF отмечена точка G так, что $GF = EF$. Докажите, что угол ACG — прямой.