

Признаки параллелограммов

▷ *Параллелограмм* — четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

Задача 0. Справедливы следующие *признаки* параллелограммов:

- если в четырёхугольнике противоположные углы попарно равны, то этот четырёхугольник — параллелограмм;
- если в четырёхугольнике две противоположные стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
- если в четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырёхугольник — параллелограмм;
- если диагонали четырёхугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

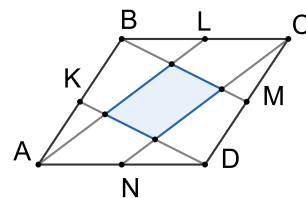
Задача 1. $ABCD$ и $ADEF$ — параллелограммы. Докажите, что тогда и $BCEF$ — параллелограмм.

Задача 2. На сторонах AB , BC , CD и DA четырёхугольника $ABCD$ отмечены соответственно точки M , N , P и Q соответственно так, что $AM = CP$, $BN = DQ$, $BM = DP$ и $NC = QA$. Докажите, что

- $ABCD$ — параллелограмм;
- $MNPQ$ — параллелограмм.

Задача 3. Точки K , L , M и N — середины сторон соответственно AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$. Докажите, что

- $ALCN$ — параллелограмм;
- четырёхугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL , BM , CN и DK — параллелограмм.



Задача 4. В выпуклом шестиугольнике $ABCDEF$ противоположные стороны попарно параллельны ($AB \parallel DE$, $BC \parallel EF$, $CD \parallel FA$), а также $AB = DE$. Докажите, что тогда $BC = EF$ и $CD = FA$.

Задача 5. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведены две прямые. Одна из них пересекает стороны AB и CD соответственно в точках M и K , вторая — стороны BC и AD соответственно в точках N и L . Докажите, что четырёхугольник $MNKL$ — параллелограмм.