

Геометрическая абака

Окружности

1. Три окружности с центрами A , B и C попарно касаются друг друга внешним образом в точках D , E и F , причём $\angle ABC = 90^\circ$, а точка E лежит на стороне AC . Чему равен угол DEF ?

2. В треугольнике ABC проведены медианы AM и BN . Найдите AC , если $BC = 14$, а $\angle CAM = \angle CBN$.

3. В треугольник ABC со сторонами $AB = 10$, $BC = 7$ и $AC = 5$ вписана окружность. Прямая, пересекающая стороны AB и BC в точках K и L , касается этой окружности. Найдите периметр треугольника LBK .

4. Внутри угла $\angle AOC = 90^\circ$ проведён луч OB . Окружность с центром O_1 касается луча OA в точке A , а луча OB в точке D ; окружность такого же радиуса с центром O_2 касается луча OB в точке B , а луча OC — в точке C . Оказалось, что точки A , O_1 и B лежат на одной прямой, а $\angle ABO = 40^\circ$. Пусть E — точка пересечения лучей OA и O_2D . Найдите угол CEO_2 .

Подобные треугольники

5. Дан прямоугольный треугольник KLM . Окружность с центром на гипотенузе KL касается KM и LM в точках N и S соответственно. Чему равен радиус окружности, если $KN = 1$, а $LS = 4$?

6. В треугольнике ABC проведены биссектриса AL и медиана CM , которые пересекаются в точке O . Найдите $AO : OL$, если $BL : LC = 2 : 1$.

7. В параллелограмме $ABCD$ отмечены середины M и N сторон BC и CD соответственно. Отрезки AM и BN пересекаются в точке S . Найдите отношение $BS : SN$.

8. В трапеции $ABCD$ известны боковые стороны $AB = 4$ и $CD = 7$. Биссектрисы углов C и D пересекаются в точке K ; биссектрисы углов A и D пересекаются в точке L , лежащей на BC , а биссектриса угла B пересекает биссектрисы углов A и C в точках M и N соответственно. Найдите отношение, в котором прямая LN делит отрезок AD .