

Принцип Дирихле

Задача 1. В ковре размером 4×4 метра моль проела 15 дырок. Всегда ли можно вырезать коврик размером 1×1 , не содержащий внутри дырок? (Дырки считаются точечными).

Задача 2. а) Покажите, что среди любых шести целых чисел найдутся два, разность которых кратна 5. б) Останется ли это утверждение верным, если вместо разности взять сумму?

Задача 3. Можно ли квадратную таблицу заполнить числами 0, 1 и 2, так, чтобы суммы во всех строках, во всех столбцах и на главных диагоналях были различны?

Задача 4. Докажите, что в любой компании найдутся два человека, имеющие одинаковое число друзей (из этой компании).

Задача 5. В классе 33 ученика, всем вместе 462 года. Докажите, что если выбрать 20 самых старших из них, то им вместе будет не меньше, чем 260 лет. (Возраст любого ученика – целое число.)