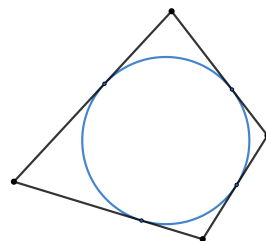


Описанные четырёхугольники

- ▷ Многоугольник называется *описанным*, если в него можно вписать окружность, т.е., существует окружность, касающаяся каждой из сторон данного многоугольника. Эта окружность называется *вписанной* окружностью данного многоугольника.



Описанные *четырёхугольники* обладают следующими свойствами:

- ▷ суммы длин противоположных сторон равны;
- ▷ биссектрисы углов четырёхугольника пересекаются в одной точке (и это — центр вписанной окружности).

Задача 1. Докажите, что если в параллелограмм можно вписать окружность, то этот параллелограмм — ромб.

Задача 2. Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности с центром I . Докажите, что $\angle AIB + \angle CID = 180^\circ$.

Задача 3. Четырёхугольник $ABCD$ таков, что в него можно вписать и около него можно описать окружности; при этом $AD - BC = AB - CD$. Докажите, что диагональ AC является диаметром описанной окружности четырёхугольника.

Задача 4. Четырёхугольник $ABCD$ — описанный. Лучи AB и DC пересекаются в точке P , а лучи BC и AD — в точке Q . Докажите, что

- а) $AP + CQ = AQ + CP$
- б) $BP + BQ = DP + DQ$.

Задача 5. Каждая из сторон выпуклого четырёхугольника пересекает некоторую окружность в двух точках, причем окружность высекает на сторонах четырёхугольника равные хорды. Докажите, что в этот четырёхугольник можно вписать окружность.

Задача 6*. Четырёхугольник $ABCD$ является и вписанным, и описанным. Докажите, что отрезки KM и LN , соединяющие точки касания противоположных сторон с вписанной окружностью, перпендикулярны.

