Повторение

Задача 0. Для каждой из задач ниже определите ее тему. Темы сегодня такие: инвариант, раскраски, игры (выигрышные и проигрышные позиции), оффтопик[1].

Задача 1. В журнале написаны оценки Вовочки по математике: $2, 2, 2, 2, 2, 3$. Вовочка, который стянул журнал, умеет увеличивать любые три из них на единицу. Сможет ли он сделать все свои оценки равными? Оценки больше пяти разрешены.

Задача 2. На каждой клетке доски 9×9 сидит жук. Прилетела птица, и каждый жук в панике переполз на соседнюю клетку. Докажите, что после этого найдется пустая клетка.

Задача 3. На шахматной доске стоит король. За ход его можно передвинуть на одно поле вверх, на одно поле вправо, или на одно поле по диагонали «вправо-вверх». Проигрывает тот, кто не может сделать ход (это бывает, когда король на поле h8). Кто выигрывает при правильной игре, если в начале игры король стоит на а) f6 б) e6 в) a1?

Задача 4. Придумайте четырехугольник, который можно разрезать на 6 кусков двумя прямыми.

Задача 5. Имеется 7 внешне одинаковых монет, среди которых 5 настоящих (все — одинакового веса) и 2 фальшивых (одинакового между собой веса, но легче настоящих). Как с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь выделить 3 настоящие монеты?

Задача 6. По кругу расставлены 12 стаканов, один из них стоит вверх дном. Разрешается переворачивать любые k подряд идущих стаканов. Можно ли такими операциями передвинуть единственный перевернутый стакан на соседнее место, если а) $k = 3$ б) $k = 4$ в) $k = 6$?

Задача 7. На доске 10×10 для морского боя стоит четырехпалубник (прямоугольник 1×4). Какое наименьшее число выстрелов нужно, чтобы точно в него попасть?

▷ На фотографии тонет австро-венгерский линкор SMS «Szent István» (венг. Святой Иштван), подбитый летом 1918г. итальянской торпедой.

[1] «развлекательная» задача, не относящаяся ни к одной из этих тем