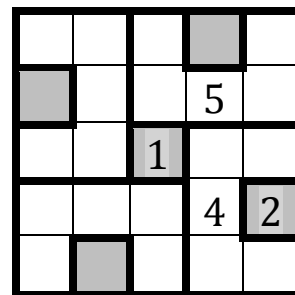
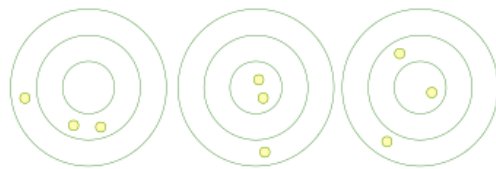


### 5 класс. Устная личная олимпиада. Тур I

1. Маленький Витёк помогал папе и дедушке вешать полки. Чтобы повесить одну полку, нужно вбить шесть гвоздей. Витёк вбил меньше всех — 10 гвоздей, а его папа больше всех — 14 гвоздей. Сколько всего полок они повесили?
2. Витёк пошёл в тир. Он сделал по 3 выстрела в каждую из трёх одинаковых мишеней (см. рисунок). Известно, что на первой мишени он выбил 29 очков, на второй — 43. Сколько очков он выбил на третьей мишени? (Каждая мишень в тире состоит из трёх круговых частей. Стоимость одного попадания зависит только от того, в какую часть мишени попасть, и не зависит от того, в какое место этой части попасть.)
3. Витёк помогает бабушке решать sudoku. Ему нужно расставить цифры 1, 2, 3, 4, 5 во все клетки квадрата 5×5 (см. рисунок) так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждой выделенной фигуре из 5 клеток все цифры были различны. В закрашенных клетках также должны стоять различные цифры. Как Витьку это сделать?



### 5 класс. Устная личная олимпиада. Тур II

4. Однажды Витёк подслушал через стену разговор на соседской кухне, где собралась компания из рыцарей и лжецов. Трое из них произнесли по два высказывания:
  - 1) «Нас тут не больше трёх человек. Все мы — лжецы»;
  - 2) «Нас тут не больше четырёх человек. Не все мы лжецы»;
  - 3) «Нас тут пятеро. Трое из нас лжецы».Помогите Витьку определить, сколько человек было на кухне и сколько среди них лжецов.
5. Утром встретились несколько друзей, и каждые двое пожали друг другу руки. Потом к ним присоединился Витёк, который пришёл в плохом настроении и поздоровался за руку не со всеми. Всего было сделано 58 рукопожатий (каждое рукопожатие считается ровно 1 раз, а не как два рукопожатия у каждого из двух, кто пожал руку). Сколько рукопожатий сделал Витёк?
6. Витёк задумал два четырёхзначных числа и сказал, что:
  - все цифры одного из них различны;
  - если записать цифры одного из них в обратном порядке, получится второе число;
  - одно из них чётно, а другое нечётно;
  - разность этих чисел меньше 1000.Найдите наибольшее возможное значение суммы задуманных Витьком чисел.

### 5 класс. Устная личная олимпиада. Тур III

7. Витёк дружит с Алексеем, Верой, Глебом, Дашей и Евгением. На свой день рождения Витёк хочет пригласить друзей. Если пригласить Алексея, то тогда надо пригласить и Веру. Обязательно нужно пригласить либо Глеба, либо Веру, но приглашать их вместе не стоит. Также нужно пригласить либо Дашу, либо Евгения, либо обоих вместе. Дашу можно приглашать либо вместе с Глебом, либо никого из них. А если пригласить Евгения, то тогда необходимо пригласить Алексея и Дашу. Кого же всё-таки надо пригласить Витьку?
8. Когда Витёк открывал подарки, он развязал ленточку с одного из них, сложил её пополам, потом ещё раз пополам, а затем все слои ленточки разрезал ножницами в каком-то месте. Какова могла быть длина ленточки, если известно, что какие-то два из полученных кусков имели длины 10 см и 4 см?
9. Витёк достал из коробки подаренные ему электронные часы и увидел на них 10:00. Он заметил, что цифры каждую минуту меняются, причем за один раз могут измениться как одна, так и несколько цифр. (Например, от 13:00 до 13:01 происходит одно изменение, а от 02:59 до 03:00 — три изменения.) Что будут показывать часы после того, как произойдёт ровно 2015 изменений?

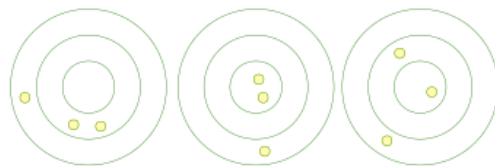
## 5 класс. Устная личная олимпиада. Тур I. Ответы и решения

1. Маленький Витёк помогал папе и дедушке вешать полки. Чтобы повесить одну полку, нужно вбить шесть гвоздей. Витёк вбил меньше всех — 10 гвоздей, а его папа больше всех — 14 гвоздей. Сколько всего полок они повесили?

Ответ: 6 полок.

Решение: Витёк с папой вместе вбили 24 гвоздя. Чтобы общее количество гвоздей делилось на 6, дедушка должен забить ещё 12 гвоздей. Итого 36 гвоздей и  $36 : 6 = 6$  полок.

2. Витёк пошёл в тир. Он сделал по 3 выстрела в каждую из трёх одинаковых мишеней (см. рисунок). Известно, что на первой мишени он выбил 29 очков, на второй — 43. Сколько очков он выбил на третьей мишени? (Каждая мишень в тире состоит из трёх круговых частей. Стоимость одного попадания зависит только от того, в какую часть попасть, и не зависит от того, в какое место этой части попасть.)



Ответ: 36 очков.

Решение. Сложив очки, набранные за попадания в первые две мишени, получим 72 очка. Столько очков можно заработать, дважды попав в каждую из трёх частей мишени. Значит, попав в каждую из частей мишени по одному разу (как на третьей мишени), можно заработать вдвое меньше, то есть 36 очков.

3. Витёк помогает бабушке решать sudoku. Ему нужно расставить цифры 1, 2, 3, 4, 5 во все клетки квадрата  $5 \times 5$  (см. рисунок) так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждой выделенной фигуре из 5 клеток все цифры были различны. В закрашенных клетках также должны стоять различные цифры. Как Витьку это сделать?

			5	
		1		
			4	2

5	1	2	3	4
4	2	3	5	1
3	4	1	2	5
1	3	5	4	2
2	5	4	1	3

Ответ: см. картинку справа. В этой задаче проверяем только ответ!

## 5 класс. Устная личная олимпиада. Тур II. Ответы и решения

4. Однажды Витёк подслушал через стену разговор на соседской кухне, где собралась компания из рыцарей и лжецов. Трое из них произнесли по два высказывания:

- 4) «Нас тут не больше трех человек. Все мы — лжецы»;
- 5) «Нас тут не больше четырех человек. Не все мы лжецы»;
- 6) «Нас тут пятеро. Трое из нас лжецы».

Помогите Витьку определить, сколько человек было на кухне и сколько среди них лжецов.

Ответ: было четыре человека, из них двое — лжецы.

Решение. Первый говорящий мог быть только лжецом (иначе не сказал бы, что все лжецы). Значит, на кухне было больше трёх человек, и не все они были лжецами. Тогда второе утверждение второго говорящего истинно, а значит, он — рыцарь, и на кухне и правда не больше четырёх человек. Таким образом, на кухне ровно четверо. Значит, третий говорящий лжёт, и лжецов — не трое. Тогда четвёртый присутствовавший на кухне (молча) мог быть только рыцарем.

5. Утром встретились несколько друзей, и каждые двое пожали друг другу руки. Потом к ним присоединился Витёк, который пришёл в плохом настроении и поздоровался за руку не со всеми. Всего было сделано 58 рукопожатий (каждое рукопожатие считается ровно 1 раз, а не как два рукопожатия у каждого из двух, кто пожал руку). Сколько рукопожатий сделал Витёк?

Ответ: 3 рукопожатия.

Решение. Если друзей было 12 или больше, то они сделали не менее  $1 + 2 + 3 + \dots + 11 = 66$  рукопожатий, что больше 58. Если друзей было 10 или меньше, то они сделали не более  $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$  рукопожатий, но тогда Витьку пришлось бы сделать ещё хотя бы  $58 - 45 = 13$  рукопожатий, что больше, чем количество присутствующих. Значит, друзей было 11, они сделали между собой  $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$  рукопожатий, а Витёк потом сделал оставшиеся три рукопожатия.

6. Витёк задумал два четырёхзначных числа и сказал, что:
- все цифры одного из них различны;
  - если записать цифры одного из них в обратном порядке, получится второе число;
  - одно из них чётно, а другое нечётно;
  - разность этих чисел меньше 1000.

Найдите наибольшее возможное значение суммы задуманных Витьком чисел.

Ответ:  $9678 + 8769 = 18447$ .

Решение. Поскольку разность чисел меньше 1000, их первые цифры или одинаковы, или отличаются на 1. Но поскольку эти числа разной чётности и первая цифра одного из них равна последней цифре другого, их первые цифры отличаются на 1. Чтобы сумма была максимальной, возьмём в качестве первой цифры одного из чисел 9, тогда другое число будет начинаться с 8. Чтобы сумма была максимальной, оставшиеся две цифры каждого из чисел должны быть 6 и 7. Чтобы числа отличались меньше чем на 1000, это должны быть числа 9678 и 8769, а их сумма равна 18447.

### 5 класс. Устная личная олимпиада. Тур III. Ответы и решения

7. Витёк дружит с Алексеем, Верой, Глебом, Дашей и Евгением. На свой день рождения Витёк хочет пригласить друзей. Если пригласить Алексея, то тогда надо пригласить и Веру. Обязательно нужно пригласить либо Глеба, либо Веру, но приглашать их вместе не стоит. Также нужно пригласить либо Дашу, либо Евгения, либо обоих вместе. Дашу можно приглашать либо вместе с Глебом, либо никого из них. А если пригласить Евгения, то тогда необходимо пригласить Алексея и Дашу. Кого же всё-таки надо пригласить Витьку?

Ответ: Дашу и Глеба.

Решение. Предположим, что Витёк пригласит Веру. Тогда Глеба приглашать не стоит, а значит, не стоит приглашать и Дашу. Если пригласить ещё Евгения, то нужно было бы пригласить Дашу, а этого делать нельзя, значит, нельзя пригласить и Евгения. Но тогда ни Даши, ни Евгения на дне рождения не будет, а так делать нельзя.

Предположим теперь, что Витёк пригласит Глеба. Тогда приглашать Веру не стоит, а тогда нельзя приглашать и Алексея (иначе пришлось бы пригласить Веру). Значит, нельзя приглашать и Евгения (иначе пришлось бы пригласить Алексея и Дашу). А раз приглашён Глеб, то надо пригласить и Дашу.

8. Когда Витёк открывал подарки, он развязал ленточку с одного из них, сложил её пополам, потом ещё раз пополам, а затем все слои ленточки разрезал ножницами в каком-то месте. Какова могла быть длина ленточки, если известно, что какие-то два из полученных кусков имели длины 10 см и 4 см?

Ответ: 28 см, 36 см или 48 см. (Возможны четыре случая, в двух из них ответы совпадают.)

9. Витёк достал из коробки подаренные ему электронные часы и увидел на них 10:00. Он заметил, что цифры каждую минуту меняются, причем за один раз могут измениться как одна, так и несколько цифр. (Например, от 13:00 до 13:01 происходит одно изменение, а от 02:59 до 03:00 — три изменения.) Что будут показывать часы после того, как произойдёт ровно 2015 изменений?

Ответ: 16:02.

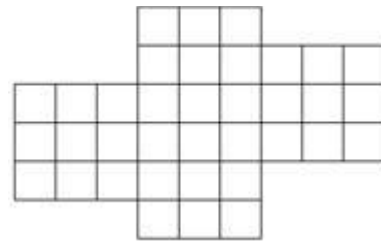
Решение. В течение часа с  $ху:00$  до  $ху:59$  происходит 64 изменения цифр (при смене десятков минут меняются две цифры). При смене часов меняются либо три, либо четыре цифры (последнее происходит только три раза в сутки:  $23:59 - 00:00$ ,  $09:59 - 10:00$  и  $19:59 - 20:00$ ). Итого за один час происходит 67 изменений (кроме трёх вышеупомянутых случаев).

$2015 = 67 \cdot 30 + 5$ . То есть 2015 изменений заняли больше 30 часов, а значит, за это время три раза при смене часа менялись не три, а четыре цифры. Значит, за эти 30 часов на самом деле произошло не  $67 \cdot 30$ , а  $67 \cdot 30 + 3 = 2013$  изменений, а ещё два изменения пошли на смену минут. Последнее изменение произошло в 16:02 (следующего дня после того, как Витёк достал часы из коробки).

### Дополнительные задачи

10. Покажите, как разрезать фигуру, изображенную на рисунке, на восемь равных частей пятью прямолинейными разрезами.

Решение: см. рисунок.



11. Есть три гири весом по 10 г и две гири другого, но неизвестного веса. За два взвешивания на чашечных весах без дополнительных гирек найдите хотя бы одну гирьку массой 10 г.

Решение. Положим на обе чашки весов по две гири. Если весы оказались в равновесии, то на каждой чашке лежат две разные гири, а значит, пятая гирька (не лежащая на весах) весит 10 г. Если же весы не уравнились, поменяем местами две гири, лежащие на разных чашах. Если весы после этого придут в равновесие, то, как и в первом случае, гирька, не лежащая на весах, весит 10 г. Если же весы не придут в равновесие (а значит, на них две гири по 10 г и две гири другого веса), то положение их либо изменится, и это означает, что две гири которые мы не трогали, одинаковы и весят по 10 г, либо не изменится, и тогда две гири, которые мы поменяли местами, весят по 10 г.

